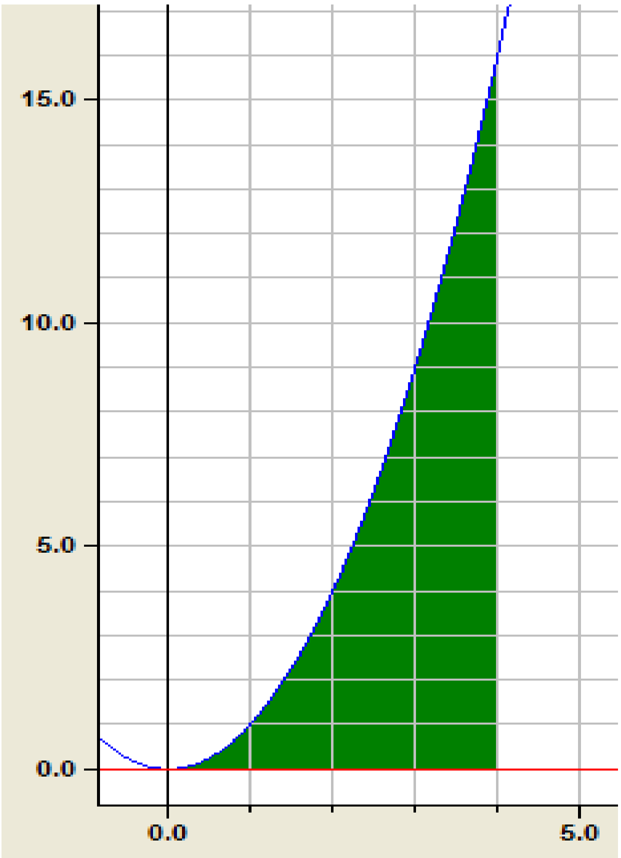
Schreibweise:

Streifenbreite

Mit: $\Delta x = \frac{b}{n}$ $\qquad \lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^{n} f(x_k) \cdot \Delta x = \int_0^b f(x)\,dx$

Streifenhöhe

Anwendung: $f(x) := x^2$ [0; 4]



$$A = \int_0^4 f(x)\,dx = \int_0^4 x^2\,dx = F(4)$$

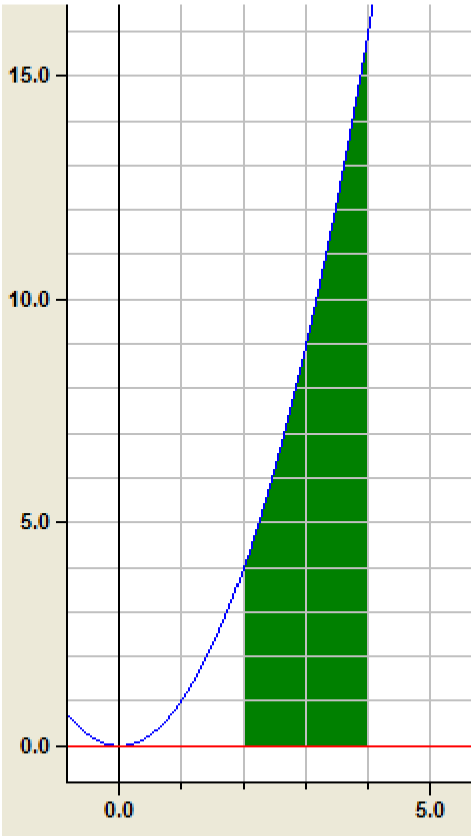
$$A = \frac{x^3}{3} = \frac{4^3}{3} = 21.333FE$$

$A = 21.333FE$ FE= Flächeneinheiten

Beachte: Das Ergebnis kann näherungsweise überprüft werden, indem man in der obigen Darstellung die Kästchen (=1FE) auszählt.

Beim bisherigen Ansatz berechnen wir immer die Fläche unter dem Graphen von 0 bis b.

Wie ist nun vorzugehen, wenn wir z.B. die Fläche unter dem Graphen von a=2 bis b=4 berechnen wollen?



$$f(x) := x^2$$

Es ist naheliegend, die beiden Flächen 0 bis 4 und 0 bis 2 zu berechnen und voneinander zu subtrahieren.

$$A_4 = \int_0^4 f(x)\,dx = \int_0^4 x^2\,dx = F(4) \qquad A_2 = \int_0^2 f(x)\,dx = \int_0^2 x^2\,dx = F(2)$$

$$A_4 = \frac{x^3}{3} = \frac{4^3}{3} = 21.333FE \qquad A_2 = \frac{x^3}{3} = \frac{2^3}{3} = 2.6666FE$$

$$A = A_4 - A_2 = 21.333FE - 2.666FE = 18.666FE$$

$$A = 18.666FE$$

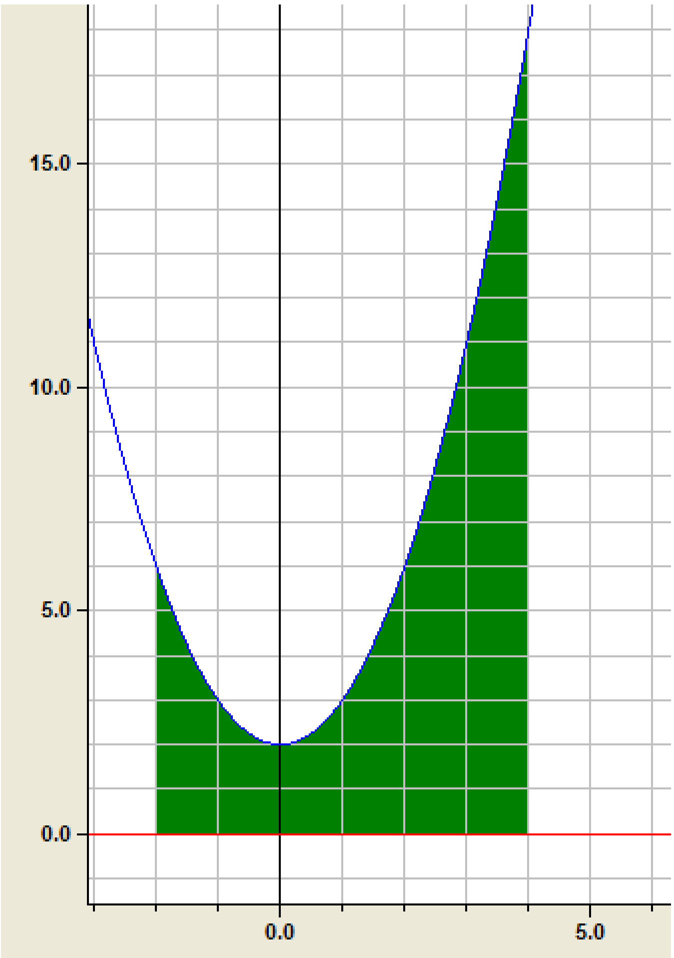
Schreibweise:

$$A = \int_2^4 f(x)\,dx = \int_2^4 x^2\,dx = F(4) - F(2) = \frac{4^3}{3} - \frac{2^3}{3}$$

$$A = 18.666FE$$

Allgemein gilt: $$\int_{a}^{b} f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

Überprüfen wir nun diese Vorgehensweise an verschiedenen Beispielen:



$$f(x) := x^2 + 2$$

Intervall I = [-2 , 4]

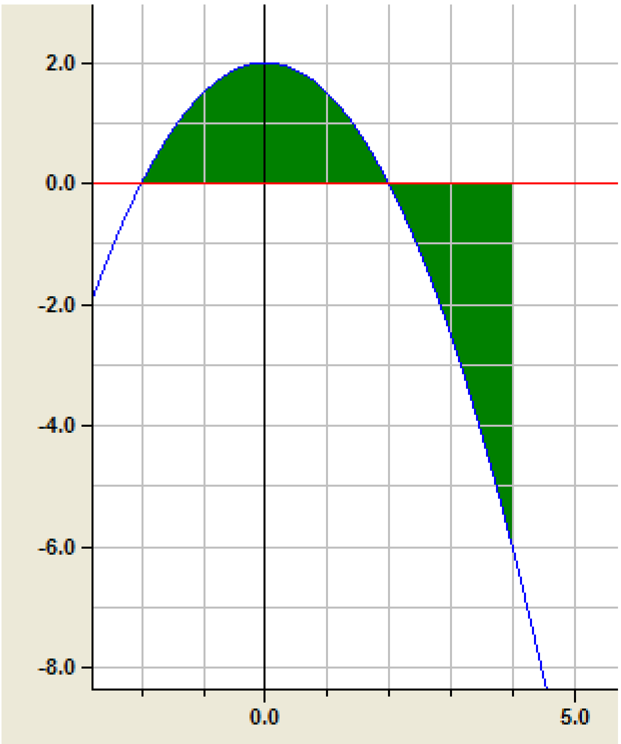
$$A := \int_{-2}^{4} f(x)\,dx$$

$$A := \int_{-2}^{4} \left(x^2 + 2\right) dx \qquad F(x) := \frac{x^3}{3} + 2\cdot x$$

$$A = F(4) - F(-2) = \left(\frac{4^3}{3} + 2\cdot 4\right) - \left[\frac{(-2)^3}{3} + 2(-2)\right]$$

$A = 36$ in FE

Was passiert nun????? Probiere selbst!!!



$$f(x) := \frac{-1}{2} \cdot x^2 + 2$$

Intervall I = [-2 , 4]

Ergebnis:

```
f1 (x) = -1/2*x^2+2
f2 (x) = 0

Integrationsintervall [a;b]  von -2  bis 4

Orientierter Inhalt: A1 = 0,000025
Absoluter Inhalt   : A2 = 10,6667
```

Fragen: a) Was bedeutet orientierter bzw. absoluter Flächeninhalt?

b) Wie ist der orientierte Inhalt etwa 0 FE zu interpretieren?