Beispiel 2: $f(x) := x^3 - 3\cdot x^2 - 9\cdot x + 2$

a) Symmetrie: Keine Symmetrie, da gerade und ungerade Exponenten vorhanden sind.

b) Definitionsbereich: D=R (keine Einschränkungen notwendig)

c) Achsenschnittpunkte

y-Achse (x=0): $f(0) = 2$ Sy(0|2)

x-Achse (f(x)=0)): $0 = x^3 - 3\cdot x^2 - 9\cdot x + 2$ eine Nullstelle durch probieren: Faktoren von 2: +1, 2, -1, -2

$0 = x^3 - 3\cdot x^2 - 9\cdot x + 2$

$x^3 - 3\cdot x^2 - 9\cdot x + 2 \text{ ersetzen}, x = -2 \rightarrow 0$ [w], also eine erste Nullstelle und Linearfaktor: (x+2)

Polynomdivision:

$\frac{x^3 - 3\cdot x^2 - 9\cdot x + 2}{x + 2} \text{ vereinfachen} \rightarrow x^2 - 5\cdot x + 1$

```
(x^3  - 3x^2  -  9x  + 2) : (x + 2)  =  x^2 - 5x + 1
 x^3  + 2x^2
 ----------------------
      - 5x^2  -  9x  + 2
      - 5x^2  - 10x
      ------------------
                 x   + 2
                 x   + 2
                 -------
                       0
```

$x^2 - 5\cdot x + 1 = 0 \text{ auflösen}, x \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{5}{2} + \frac{1}{2}\cdot\sqrt{21} \\ \frac{5}{2} - \frac{1}{2}\cdot\sqrt{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.791 \\ 0.209 \end{bmatrix}$ Lösen mit quadr. Ergänzung

Sx1(-2|0) Sx2(4.791|0) Sx3(0.209|0)

d) Extremstellen:

1. Abltg: $\frac{d}{dx}f(x) \text{ vereinfachen} \rightarrow 3\cdot x^2 - 6\cdot x - 9$ 2. Abltg: $\frac{d^2}{dx^2}f(x) \text{ vereinfachen} \rightarrow 6\cdot x - 6$

$0 = 3\cdot x^2 - 6\cdot x - 9$

$0 = x^2 - 2\cdot x - 3 = (x - 3)\cdot(x + 1)$ oder mittels quadr. Ergänzung

Satz v Nullprodukt:

$x - 3 = 0 \text{ auflösen}, x \rightarrow 3$ oder $x + 1 = 0 \text{ auflösen}, x \rightarrow -1$

$x_{E1} := 3$ $6\cdot x - 6 \text{ ersetzen}, x = 3 \rightarrow 12$ also TP bei $f(3) = -25$

$x_{E2} := -1$ $6\cdot x - 6 \text{ ersetzen}, x = -1 \rightarrow -12$ also HP bei $f(-1) = 7$

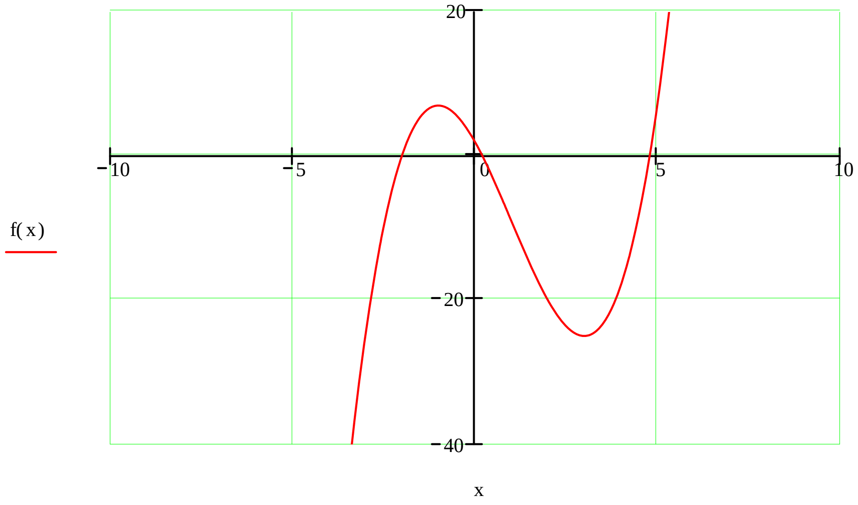
e) Wendestellen

2. Abltg: $\frac{d^2}{dx^2} f(x)$ vereinfachen $\rightarrow 6 \cdot x - 6$ 3. Abltg: $\frac{d^3}{dx^3} f(x)$ vereinfachen $\rightarrow 6$

$0 = 6 \cdot x - 6$ auflösen, $x \rightarrow 1 = 1$

$x_W := 1$ 6 ersetzen, $x = 1 \rightarrow 6 = 6$ also WP bei $f(1) = -9$

f) Graph



g) Monotonie (Steigungsverhalten):

Der Graph steigt von -inf < x < -1 (HP x-Koordinate) und 3 (TP x-Koordinate)< x< inf

Der Graph fällt von -1 (HP) <x< 3 (TP) und 4 (TP2 x-Koordinate)<x< +inf

h) Krümmungsverhalten:

Der Graph Linkskrümmung von -inf<x< 1 (WP)

Der Graph Rechtskrümmung von 1 (WP) <x< inf