Beispiel 1: $f(x) := x^4 - 32\cdot x^2 + 31$

a) Symmetrie: Nur gerade Exponenten, also Achsensymmetrie zur y-Achse

b) Definitionsbereich: D=R (keine Einschränkungen notwendig)

c) Achsenschnittpunkte

y-Achse (x=0): $f(0) = 31$ Sy(0|31)

x-Achse (f(x)=0)): $0 = x^4 - 32\cdot x^2 + 31$ "Substitution z=x²" !

$0 = z^2 - 32\cdot z + 31$ Faktorisieren oder mit quadr. Erg

$0 = (z - 31)\cdot(z - 1)$ denn (-31)*(-1)=+31 und (-31)+(-1)=-32

Satz vom Nullprodukt:

$z - 31 = 0$ oder $z - 1 = 0$

$z = 31$ $z = 1$

$x^2 = 31$ $x^2 = 1$

$|x| = \sqrt{31}$ $|x| = \sqrt{1} = 1$

$x = -\sqrt{31}$ oder $x = \sqrt{31}$ $x = 1$ oder $x = -1$

Sx1($-\sqrt{31}$|0) Sx2($\sqrt{31}$|0) Sx3(1|0) Sx(4/-1)

d) Extremstellen:

1. Abltg: $\frac{d}{dx}f(x)$ vereinfachen $\rightarrow 4\cdot x^3 - 64\cdot x$ 2. Abltg: $\frac{d^2}{dx^2}f(x)$ vereinfachen $\rightarrow 12\cdot x^2 - 64$

$0 = 4\cdot x^3 - 64\cdot x = x\cdot(4\cdot x^2 - 64)$

Satz v Nullprodukt:

$x = 0$ oder $4\cdot x^2 - 64 = 0$ auflösen, $x \rightarrow \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix}$

$x_{E1} := 0$ $12\cdot x^2 - 64$ ersetzen, $x = 0 \rightarrow -64$ also HP bei $f(0) = 31$

$x_{E2} := 4$ $12\cdot x^2 - 64$ ersetzen, $x = 4 \rightarrow 128$ also TP bei $f(4) = -225$

$x_{E3} := -4$ $12\cdot x^2 - 64$ ersetzen, $x = -4 \rightarrow 128$ also TP bei $f(-4) = -225$

e) Wendestellen

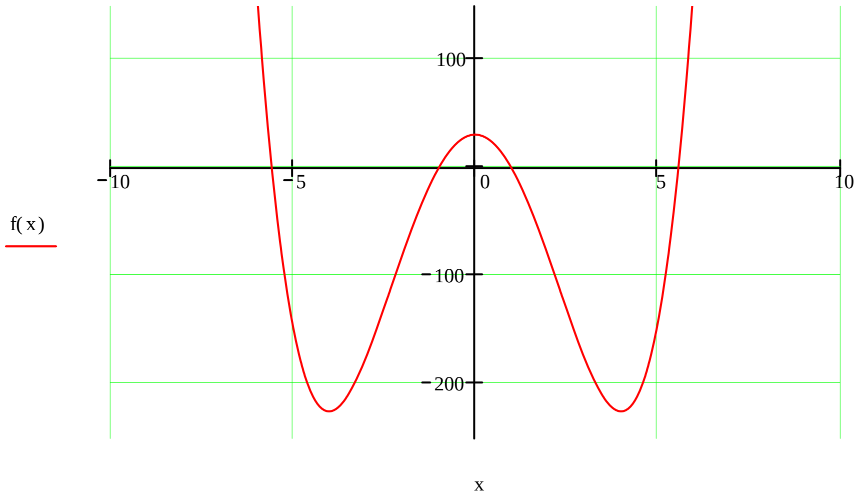
2. Abltg: $\frac{d^2}{dx^2}f(x)$ vereinfachen $\rightarrow 12\cdot x^2 - 64$ 3. Abltg: $\frac{d^3}{dx^3}f(x)$ vereinfachen $\rightarrow 24\cdot x$

$0 = 12\cdot x^2 - 64$ auflösen, $x \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3} \\ \frac{-4}{3}\cdot\sqrt{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.309 \\ -2.309 \end{bmatrix}$

$x_{W1} := \frac{4}{3} \cdot \sqrt{3}$ 24·x ersetzen, $x = \frac{4}{3} \cdot \sqrt{3} \rightarrow 32 \cdot \sqrt{3} = 55.426$ also WP bei $f\left(\frac{4}{3} \cdot \sqrt{3}\right) = -111.222$

$x_{W1} := \frac{-4}{3} \cdot \sqrt{3}$ 24·x ersetzen, $x = \frac{-4}{3} \cdot \sqrt{3} \rightarrow -32 \cdot \sqrt{3} = -55.426$ also WP bei $f\left(\frac{-4}{3} \cdot \sqrt{3}\right) = -111.222$

f) Graph



g) Monotonie (Steigungsverhalten):

Der Graph fällt von -inf<x< -4 (TP1 x-Koordinate) und 0 (HP x-Koordinate)<x<4(TP2 x-Koord.)

Der Graph steigt von -4 (TP1) <x< 0 (HP) und 4 (TP2 x-Koordinate)<x< +inf

h) Krümmungsverhalten:

Der Graph Linkskrümmung von -inf<x< -2.309 (WP1) und 2.309 (WP2)<x<inf

Der Graph Rechtskrümmung von -2.309 (WP1) <x< 2.309(WP2)