Thema: Die Steigungsfunktion (Ableitungsfunktion)

Aufgabe: Um den allgemeinen Zusammenhang zwischen einer Potenzfunktion und deren Ableitungsfunktion klären zu können, bestimmen wir diese für:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Wir suchen also:

$$f'(x_0) = ???$$

$$f'(x_0) = \lim_{n \to \infty} \left[\frac{\left[a \cdot \left(x_0 + \frac{1}{n} \right)^2 + b \cdot \left(x_0 + \frac{1}{n} \right) + c \right] - \left(a \cdot x_0^2 + b \cdot x_0 + c \right)}{\left(x_0 + \frac{1}{n} \right) - x_0} \right]$$

$$f'(x_0) = \lim_{n \to \infty} \left[\frac{\left(2 \cdot a \cdot \frac{x_0}{n} + \frac{a}{n^2} + \frac{b}{n} \right)}{\left(\frac{1}{n} \right)} \right]$$

$$f'(x_0) = \lim_{n \to \infty} \left(2 \cdot a \cdot x_0 + \frac{a}{n} + b \right)$$

$$f'(x_0) = 2 \cdot a \cdot x_0 + b$$

Wir erkennen:

- der **Grad** der Ableitungsfunktion wird **um eine Stufe herabgesetzt** und der **alte Potenzwert** wird **als Faktor vorangestellt**.
- die Ableitung kann **für jeden Summenteil gesondert** gebildet werden.

Die allgemeinen Zusammenhänge werden in den **Ableitungsregeln** zusammengefasst:

	Funktion	Ableitungsfunktion	Beispiel:
Potenzregel	$f(x) = x^n$	$f'(x) = n * x^{n-1}$	$f(x)=x^3$; $f'(x)=3x^{3-1}$ $\mathbf{f'(x)=3x^2}$
Faktorregel	$f(x)=a * g(x)$	$f'(x)=a * g'(x)$	$f(x)=4x^3$; $f'(x)=4 * 3x^{3-1}$ $f'(x)=4 * 3x^2$ $\mathbf{f'(x)=12x^2}$
Summenregel	$f(x)=g(x)+h(x)$	$f'(x)=g'(x)+h'(x)$	$f(x)=4x^3 +2x^2$; $f'(x)=4 * 3x^{3-1}+2 * 2x^{2-1}$ $f'(x)=4 * 3x^2 +4x$ $\mathbf{f'(x)=12x^2 +4x}$
Konstanten-regel	$f(x)=g(x)+C$	$f'(x)=g'(x)+\mathbf{0}$	$f(x)=x^3 +4$; $f'(x)=3x^{3-1} \mathbf{+0}$ $\mathbf{f'(x)=3x^2}$

Anmerkung: Es gilt: $f(x) = c = c * x^{\mathbf{0}}$

$$f'(x) = \mathbf{0} * c * x^{\mathbf{0-1}} = \mathbf{0}$$