Lösungen:

1.) Bilden Sie die Ableitung(sfunktion) folgender Funktionen. D=R

a) $f(x) := 2 \cdot x^3$ $\qquad \frac{d}{dx} f(x)$ vereinfachen $\rightarrow 6 \cdot x^2$

b) $f(x) := x^5 - x^2$ $\qquad \frac{d}{dx} f(x)$ vereinfachen $\rightarrow 5 \cdot x^4 - 2 \cdot x$

c) $f(x) := \frac{1}{2} \cdot x^5 - \frac{1}{4} \cdot x^4 - 1$ $\qquad \frac{d}{dx} f(x)$ vereinfachen $\rightarrow \frac{5}{2} \cdot x^4 - x^3$

d) $f(x) := 2 \cdot x^6 - 3 \cdot x^3 + 4$ $\qquad \frac{d}{dx} f(x)$ vereinfachen $\rightarrow 12 \cdot x^5 - 9 \cdot x^2$

e) $f(x) := 3 \cdot x^3 - \frac{\pi}{4} \cdot x^2 - \pi \cdot x + 3$ $\qquad \frac{d}{dx} f(x)$ vereinfachen $\rightarrow 9 \cdot x^2 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot x - \pi$

f) $f(x) = a \cdot x^2 + \frac{d}{2} \cdot x^2$ $\qquad \frac{d}{dx}\left(a \cdot x^2 + \frac{d}{2} \cdot x^2\right)$ vereinfachen $\rightarrow 2 \cdot a \cdot x + d \cdot x$

2.) Welche Steigung hat die Tangente, die den Graphen der gegebenen Funktion an der Stelle x_o berührt? D=R

a) $f(x) := 3\cdot x^3 - 2\cdot x^2 - x$ $\quad \frac{d}{dx}f(x)$ vereinfachen $\rightarrow 9\cdot x^2 - 4\cdot x - 1$ $\quad x_0 := 1$

$f'(x_0) := 9\cdot x_0^2 - 4\cdot x_0 - 1$ $\quad f'(1) = 4$

b) $f(x) := \frac{1}{4}\cdot x^4 - \frac{1}{2}\cdot x^2$ $\quad \frac{d}{dx}f(x)$ vereinfachen $\rightarrow x^3 - x$ $\quad x_0 := \sqrt{2}$

$f'(x_0) := x_0^3 - x_0$ $\quad f'(\sqrt{2}) = 1.414$

c) $f(x) := x^5 - 3\cdot x^3 - x$ $\quad \frac{d}{dx}f(x)$ vereinfachen $\rightarrow 5\cdot x^4 - 9\cdot x^2 - 1$ $\quad x_0 := 0$

$f'(x_0) := 5\cdot x_0^4 - 9\cdot x_0^2 - 1$ $\quad f'(0) = -1$

d) $f(x) := 3\cdot\sqrt{x} - 2\cdot x^2 - 1$ $\quad \frac{d}{dx}f(x)$ vereinfachen $\rightarrow \frac{-1}{2}\cdot\frac{\left(-3 + 8\cdot x^{\frac{3}{2}}\right)}{x^{\frac{1}{2}}}$ $\quad x_0 := 2$

$f'(x_0) := \frac{-1}{2}\cdot\frac{\left(-3 + 8\cdot x_0^{\frac{3}{2}}\right)}{x_0^{\frac{1}{2}}}$ $\quad f'(2) = -6.939$

e) $f(x) := 3\cdot x^3 - 2\cdot x^2 - x$ $\quad \frac{d}{dx}f(x)$ vereinfachen $\rightarrow 9\cdot x^2 - 4\cdot x - 1$ $\quad x_0 := 3$

$f'(x_0) := 9\cdot x_0^2 - 4\cdot x_0 - 1$ $\quad f'(3) = 68$

3.) An welchen Stellen hat die Tangente an dem Graph der gegebenen Funktion die Steigung m_t ? D=R

a) $f(x) := 3\cdot x^3 - 2\cdot x^2 - x$ $\qquad m_t := 3$

$$\frac{d}{dx}f(x) \text{ vereinfachen } \rightarrow 9\cdot x^2 - 4\cdot x - 1$$

$$3 = 9\cdot x^2 - 4\cdot x - 1 \text{ auflösen}, x \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{2}{9} + \frac{2}{9}\cdot 10^{\frac{1}{2}} \\ \frac{2}{9} - \frac{2}{9}\cdot 10^{\frac{1}{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.925 \\ -0.481 \end{pmatrix}$$

$f(0.925) = -0.262$ $\qquad f(-0.481) = -0.316$

b) $f(x) := \frac{1}{4}\cdot x^4 - \frac{1}{2}\cdot x^2$ $\qquad m_t := 0$

$$\frac{d}{dx}f(x) \text{ vereinfachen } \rightarrow x^3 - x$$

$$0 = x^3 - x \text{ auflösen}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$f(0) = 0$ $\qquad f(-1) = -0.25$ $\qquad f(1) = -0.25$

c) $f(x) := x^5 - 3\cdot x^3 - 6x$ $\qquad m_t := -6$

$$\frac{d}{dx}f(x) \text{ vereinfachen } \rightarrow 5\cdot x^4 - 9\cdot x^2 - 6$$

$$-6 = 5\cdot x^4 - 9\cdot x^2 - 6 \text{ auflösen}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{3}{5}\cdot 5^{\frac{1}{2}} \\ \frac{-3}{5}\cdot 5^{\frac{1}{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.342 \\ -1.342 \end{pmatrix}$$

$f(1.342) = -10.95$ $\qquad f(-1.341) = 10.944$ $\qquad f(0) = 0$

d) $f(x) := 3\cdot\sqrt{x} - 2\cdot x^2 - 1$ $m_t := 0$

$$\frac{d}{dx} f(x) \text{ vereinfachen } \rightarrow \frac{-1}{2}\cdot\frac{\left(-3 + 8\cdot x^{\frac{3}{2}}\right)}{x^{\frac{1}{2}}}$$

$$0 = \frac{-1}{2}\cdot\frac{\left(-3 + 8\cdot x^{\frac{3}{2}}\right)}{x^{\frac{1}{2}}} \text{ auflösen}, x \rightarrow \frac{1}{4}\cdot 3^{\frac{2}{3}} = 0.52$$

$f(0.52) = 0.623$