

# Trigonometrie

## Trainingsaufgaben 1

---

Alle hier gezeigten Aufgaben verwenden nicht den Sinussatz und den Kosinussatz

Die Sammlung wird weiter ergänzt

Klassenstufe 10

Datei Nr. 16031

November 2005

Friedrich Buckel

**Aufgabengruppe 0: Grundlagen: Einheitskreis – sin – cos – tan.****Aufgabe 11**

Auf dem Einheitskreis liegen diese Punkte  $A(0,72 | y_A)$  und  $B(x_B | -0,65)$ .

Berechne die fehlenden Koordinaten mit Formeln und schreibe diese an.

Beschreibe ausführlich, was diese Koordinaten mit Sinus und Kosinus zu tun haben.

**Aufgabe 12**

Zeichne einen Einheitskreis (Längeneinheit 4 cm). Trage darauf die Punkte ein, zu denen die folgenden Drehwinkel gehören (beginnend im Punkt  $R(1|0)$ ).

Berechne die Koordinaten dieser Punkte. (exakte Werte, kein TR).

a) A bei  $\alpha = \frac{5}{6}\pi$    b) B bei  $\beta = \frac{13}{4}\pi$    c) C bei  $\gamma = -\frac{7}{3}\pi$

**Aufgabe 14**

Gib die zugehörigen Winkel aus dem Intervall  $0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$  an:

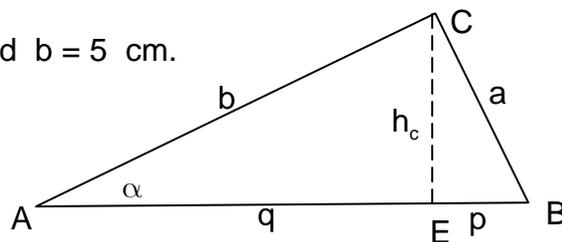
a)  $\sin \alpha = 0,24$    b)  $\cos \alpha = -0,83$    c)  $\tan \alpha = 3,6$

**Aufabengruppe 1: Rechtwinklige Dreiecke / Teildreiecke****Aufgabe 111**

In einem **Dreieck** sei  $\gamma = 90^\circ$ ,  $a = 8 \text{ cm}$  und  $b = 5 \text{ cm}$ .

Berechne der Reihe nach  
(ohne den Satz des Pythagoras)

$\alpha$ ,  $c$ ,  $\beta$ ,  $h_c$ ,  $q$  und  $p$



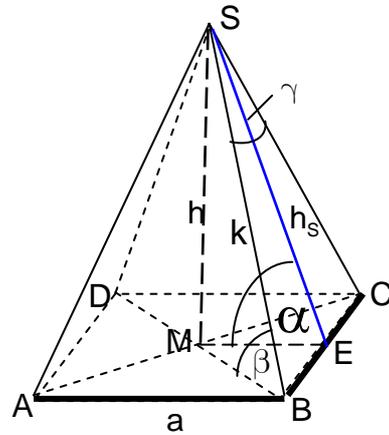
## Aufgabengruppe 2: Körperberechnungen

### Aufgabe 211

Von einer quadratischen, symmetrischen Pyramide ist die Kantenlänge  $a = 24,0$  cm bekannt sowie der Neigungswinkel  $\alpha = 65,0^\circ$  der Dachflächen.

Berechne die Pyramidenhöhe  $h$ , den Neigungswinkel  $\beta$  der Dachkante  $k$  sowie deren Länge.

Wie groß ist ferner die Höhe  $h_s$  einer Dachfläche? Und welchen Winkel  $\gamma$  besitzt jede Dachfläche an der Spitze  $S$ ?



## Aufgabengruppe 3: Vierecke u. ä.

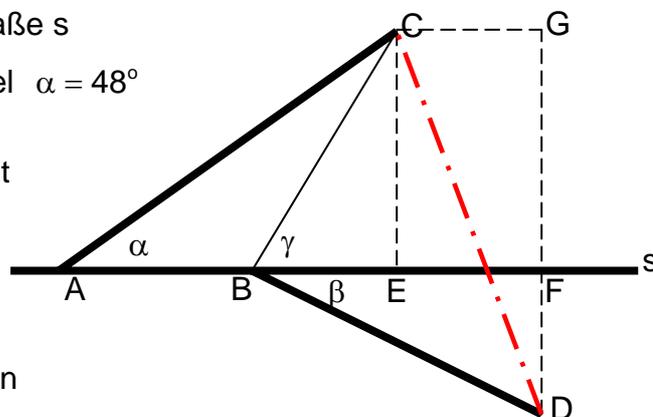
### Aufgabe 321

Nebenstehende Abbildung ist ein Ausschnitt aus einer Landkarte. Vor einer Geraden Straße  $s$

zweigt in  $A$  eine Straße unter dem Winkel  $\alpha = 48^\circ$  ab und erreicht nach 12 km den Ort  $C$ .

Fährt man von  $A$  aus 6 km weiter, kommt man nach  $B$ , wo nach rechts unter  $\beta = 32^\circ$  eine Straße nach  $D$  abzweigt,

von  $B$  nach  $D$  sind es 18 km.



- Die dünne Linie von  $B$  nach  $C$  ist ein gradliniger Wanderweg. Wie lang ist er, und unter welchem Winkel  $\gamma$  zweigt er von der Straße  $s$  ab?
- Die Orte  $C$  und  $D$  sollen durch eine gradlinige Straße (Strichpunkte) verbunden werden. Wie lang wird diese Straße? (Ableitung: Berechne über das Dreieck  $BDF$  die Strecken  $EF$  und  $DF$  usw.)

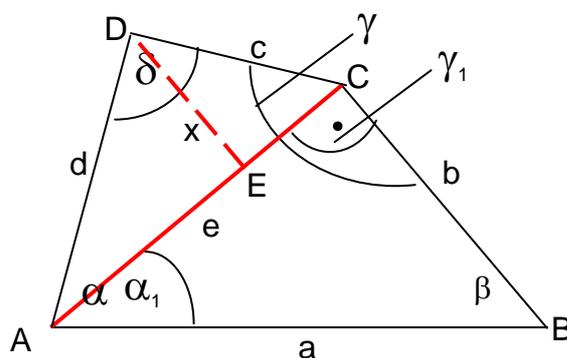
## Aufgabe 351

Ein Viereck ist gegeben durch  $\alpha = 75^\circ$ ;  $\beta = 50^\circ$ ;  $\gamma_1 = \sphericalangle ACB = 90^\circ$ ;  $d = 4,0 \text{ cm}$  und  $e = \overline{AC} = 5,0 \text{ cm}$ .

- a) Berechne der Reihe nach  $a$ ,  $b$ ,  $x$ ,  $\delta$ ,  $c$  und  $\gamma$ .

Verwende verschiedene Teildreiecke. Ausführlicher Text. !!!  
 $x$  ist das Lot von  $D$  auf  $AC$ !

- b) Welche Flächeninhalt hat das Viereck ?

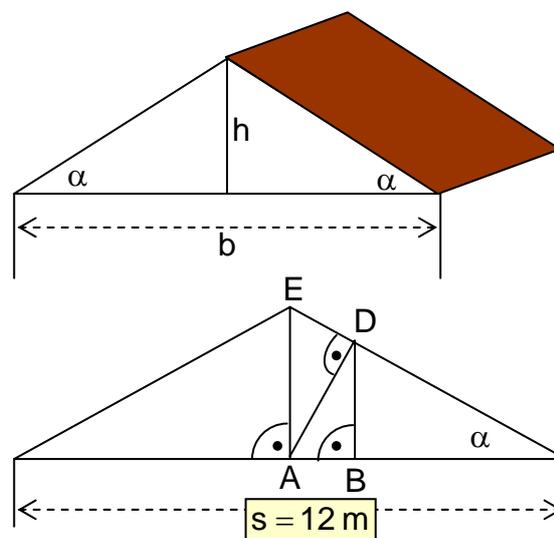


## Aufabengruppe 4: Anwendungsaufgaben

### Aufgabe 401

In einem Bebauungsgebiet sind Satteldächer mit einer Dachneigung von  $\alpha = 24^\circ$  vorgeschrieben.

- Wie breit darf ein Haus dann höchstens sein, wenn die Firsthöhe  $h = 3,5$  m werden soll ?
- Ein Haus soll 12 m breit werden. Berechne die Länge der Stützbalken AE, AD und BD im Dachraum.



## Aufgabe 402

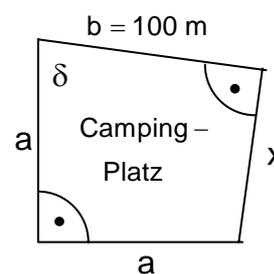
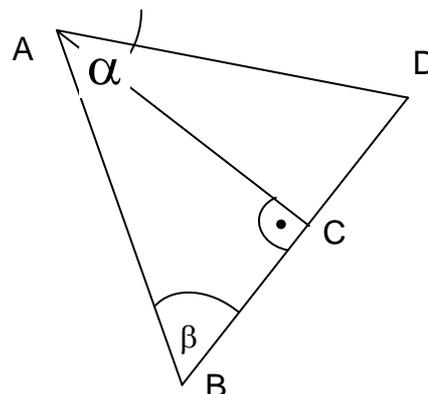
Die Klasse 10 des Goethe-Gymnasiums unternimmt einen Fahrradausflug.

Die geplante Tour führt vom Ausgangspunkt A über die beiden Ortschaften B und C wieder zurück nach A.

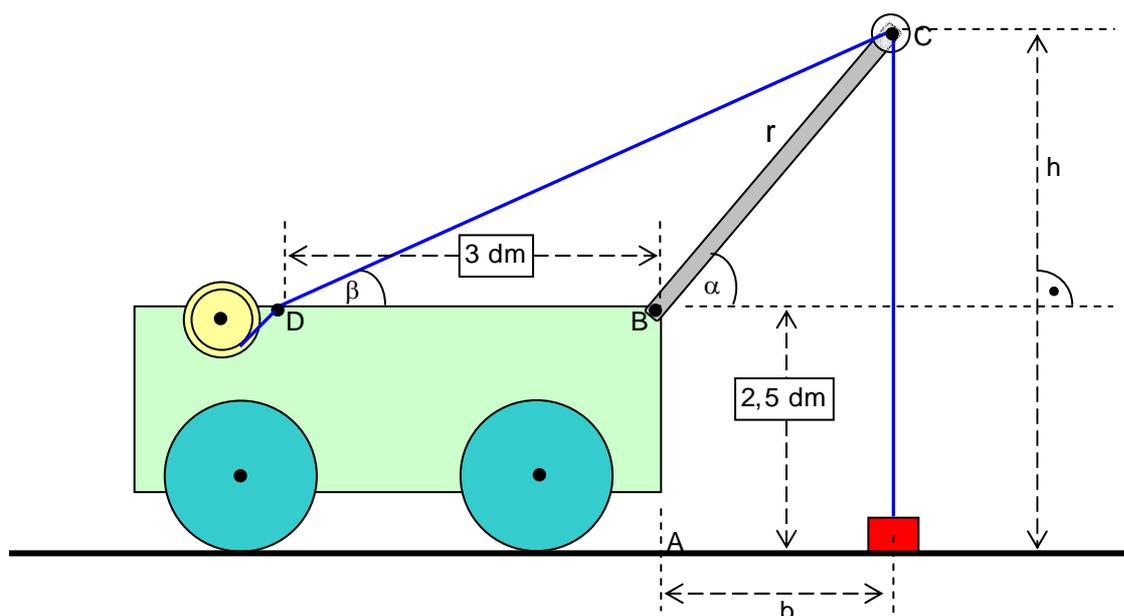
Die Entfernung von A nach B beträgt 16 km

Außerdem ist  $\alpha = 50^\circ$  und  $\beta = 60^\circ$ .

- Wie lang ist die Tour ?
- Einige Schüler verfehlen die Abzweigung in C und fahren über D zurück nach A. Wie viele Kilometer ist deren Fahrtstrecke länger als die geplante Tour ?
- Unterwegs kommen die Radler an einem Campingplatz vorbei (siehe Skizze rechts). Wie lang ist der Zaun um den Campingplatz ? Es ist  $\delta = 75^\circ$



## Aufgabe 403



Der abgebildete Spielzeugkran funktioniert folgendermaßen:

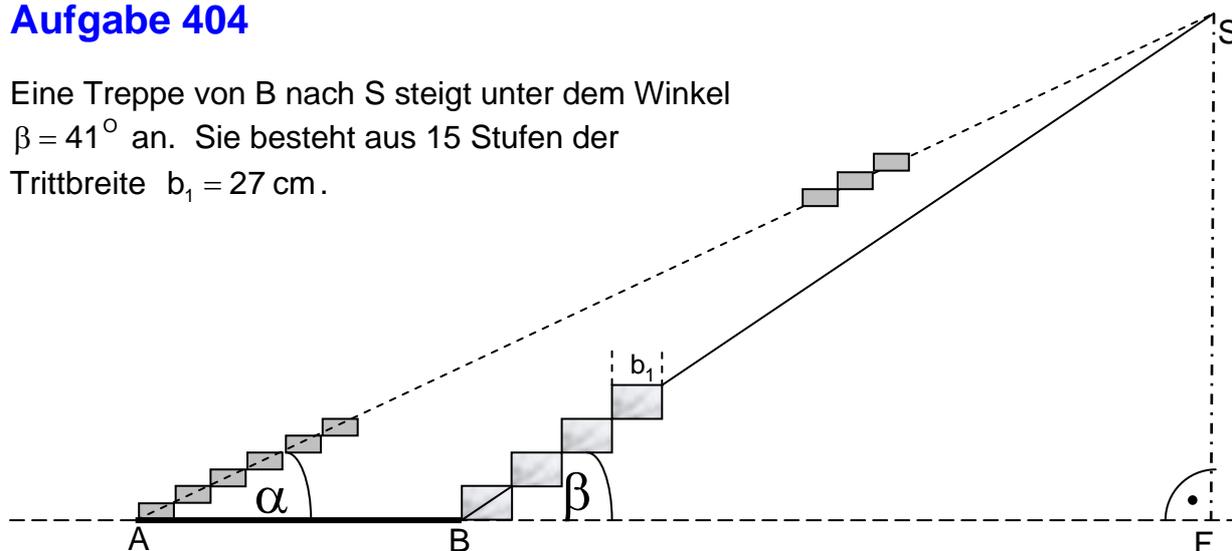
Der Mast  $BC$  ist  $5\text{ dm}$  lang, er lässt sich um den Punkt  $D$  in seinem Anstellwinkel  $\alpha$  verändern, d.h. um  $B$  drehen. Dabei kann  $\alpha$  im Bereich zwischen  $30^\circ$  und  $70^\circ$  liegen.

Die Höhe von  $B$  über  $A$  (wo man sich eine Stütze denken kann), ist  $2,5\text{ dm}$  groß. Der Punkt  $D$ , in dem das Halteseil  $DC$  umgelenkt wird, ist  $3\text{ dm}$  von  $B$  entfernt, und das Halteseil bildet mit  $DB$  den Winkel  $\beta$ .

- In welcher Entfernung  $b$  vom Punkt  $A$  kann eine Last höchstens liegen, damit sie vom Kran hochgezogen werden kann?
- Welche maximale Höhe  $h$  erreicht die Spitze  $C$  des Mastes  $BC$ ?
- Welche Werte kann der Winkel  $\beta$  annehmen?

## Aufgabe 404

Eine Treppe von B nach S steigt unter dem Winkel  $\beta = 41^\circ$  an. Sie besteht aus 15 Stufen der Trittbreite  $b_1 = 27 \text{ cm}$ .

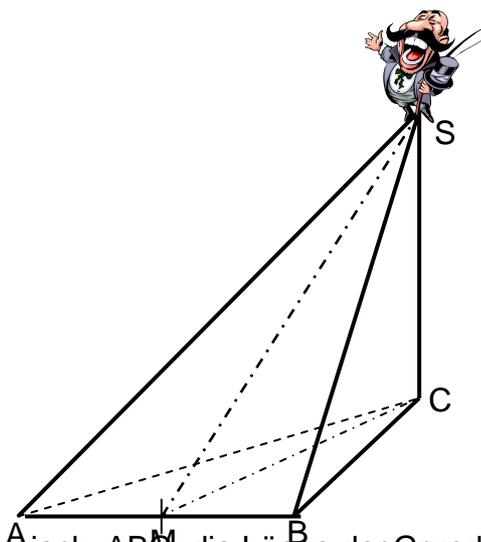


Diese Treppe soll durch eine flachere Treppe von A nach S ersetzt werden, deren Anstiegswinkel  $\alpha = 25^\circ$  sein soll.

- Wie hoch ist eine Treppe der alten Stufe ?
- Wie weit liegen die Treppeneinstiegspunkte A und B voneinander entfernt ?
- Die neue Treppe soll 22 Stufen erhalten.  
Welche Abmessungen ( $b_2$ ,  $h_2$ ) haben die neuen Stufen ?

## Aufgabe 405

Nebenstehende Skizze zeigt den Sockel eines Denkmals. Seine Grundfläche ist ein gleichschenkliges Dreieck  $ABC$  mit der Grundseite  $AB$ . Die Höhe  $CS$  des Sockels steht senkrecht auf der Grundfläche!



Es ist  $\overline{CS} = h = 5 \text{ m}$ ,  $\overline{BC} = a = 7 \text{ m}$ .

- Berechne die Länge der Seitenkante  $BS$  und den Winkel  $\gamma = \sphericalangle CBS$ .
- Es ist  $\alpha = \sphericalangle BAC = 70^\circ$ . Berechne im Dreieck  $ABC$  die Länge der Grundseite  $AB$  und die Höhe  $CM$ .  
Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks  $ABC$ .
- Es ist  $\alpha = \sphericalangle CMS$ ,  $\beta = \sphericalangle SBA$  und  $\gamma = \sphericalangle CBS$ .  
Begründe, dass gilt  $\sin \beta = \frac{\overline{MS}}{\overline{BS}}$  und  $\sin \alpha \cdot \sin \beta = \sin \gamma$ .  
Wieso folgt aus dieser Gleichung  $\alpha \geq \gamma$  ?

## Aufgabe 411

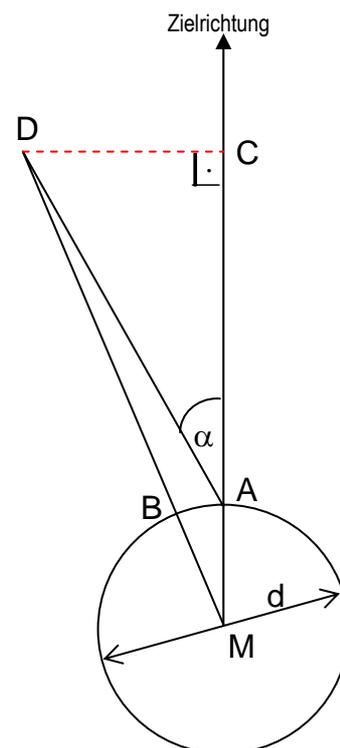
Der Abwurfkreis beim Diskuswerfen hat den Durchmesser  $d = 2,5$  m, sein Mittelpunkt sei  $M$ .

Bei einem Wurf wird der Diskus im Punkt  $A$  abgeworfen und trifft im Punkt  $D$  auf dem Rasen auf. Dieser Wurf weicht um  $\alpha = 35^\circ$  von der Zielrichtung ab.

Die Entfernung von  $A$  nach  $D$  ist 40 m.

- Wie weit liegt  $D$  von der Zielrichtung weg ?
- Als tatsächliche Wurfweite wird nicht die Flugstrecke  $AD$  gemessen, sondern  $BD$ , wobei  $B$  der Schnittpunkt der Geraden  $MD$  mit dem Kreis ist.

Berechne den Unterschied zwischen der Flugstrecke  $AD$  und der gewerteten Wurfweite  $BD$ .



## Aufgabe 412

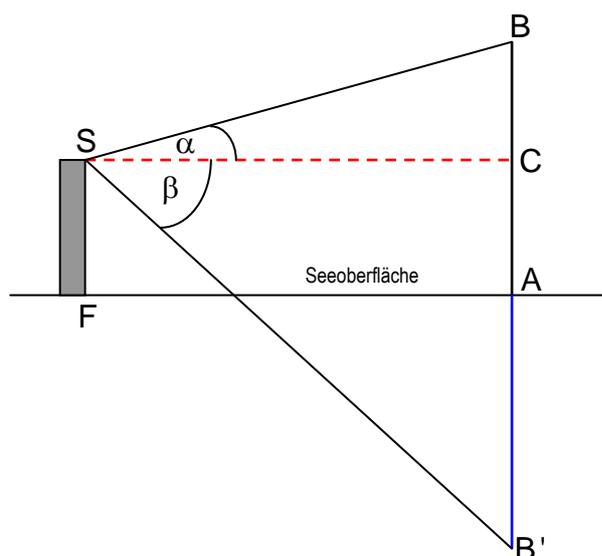
Ein Heißluftballon  $B$  schwebt über einem See. Am Ufer des Sees steht ein 34 m hoher Turm  $FS$ .

Ein Beobachter befindet sich im Punkt  $S$ .

Um die Höhe des Ballons über dem See zu bestimmen, misst der Beobachter den Höhenwinkel  $\alpha = 73^\circ$  sowie den Tiefenwinkel  $\beta = 75^\circ$ , unter dem er das Spiegelbild  $B'$  des Ballons sieht.

Dieses Spiegelbild  $B'$  entsteht also durch Spiegelung von  $B$  an  $FA$ .

Wie hoch schwebt der Ballon über dem See ?

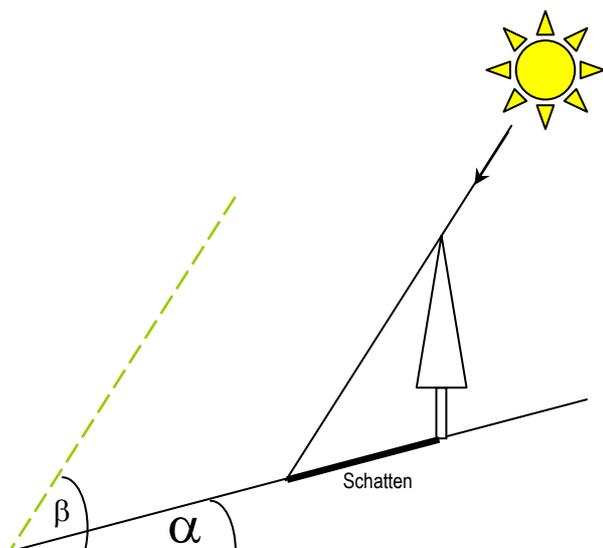


## Aufgabe 413

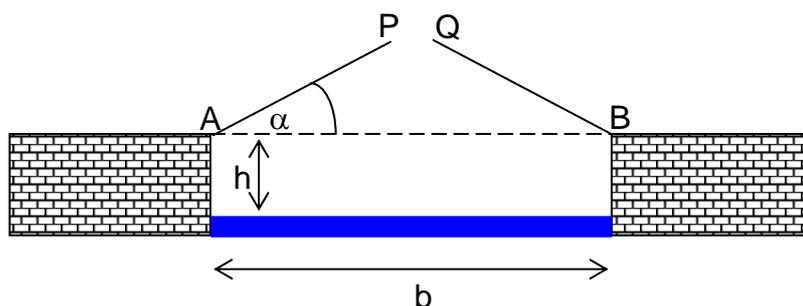
Auf einem Berghang, der mit der Horizontalen den Winkel  $\alpha = 20^\circ$  bildet, steht ein senkrecht gewachsener Baum.

Wenn die Sonnenstrahlen mit der Horizontalen den Winkel  $\beta = 65^\circ$  bilden, wirft der Baum einen 5 m langen Schatten.

Wie hoch ist der Baum ?



## Aufgabe 414



Über einen Fluss mit der Breite  $b = 13$  m führt eine Zugbrücke. Das Gelenk  $A$  der Brücke liegt  $h = 3,7$  m über dem Wasserspiegel. Die Brücke lässt sich höchstens so weit öffnen, dass die beiden Brückenhälften unter dem Winkel  $\alpha = 31^\circ$  gegen die Horizontale geneigt sind.

- Wie hoch liegen die Punkte  $P$  und  $Q$  über dem Wasserspiegel, wenn die Brücke so weit wie möglich geöffnet ist?  
Wie weit sind sie dann auseinander?
- Das Deck eines Schiffes ist 6 m breit und ragt 4,50 m aus dem Wasser heraus.

Entscheide durch eine Rechnung, ob dieses Schiff unter der Zugbrücke durchfahren kann, wenn diese so weit wie möglich geöffnet ist.  
(Von den Aufbauten des Schiffes darf in der Rechnung abgesehen werden.)

## Aufgabe 415

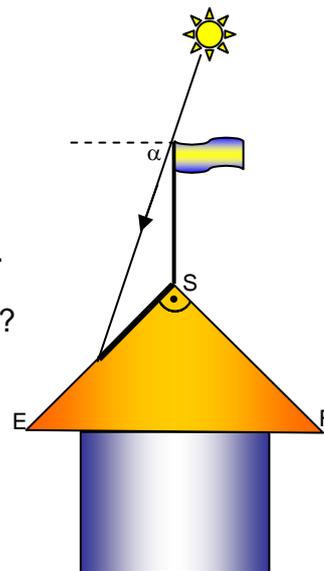
Ein runder Turm, dessen Dach ein senkrechter Kreiskegel mit einem Öffnungswinkel von  $90^\circ$  ist, hat auf der Spitze eine 4 m hohe Fahnenstange.

- a) In einem bestimmten Augenblick fallen die Sonnenstrahlen unter einem Winkel von  $\alpha = 70^\circ$  gegen die Horizontale ein.

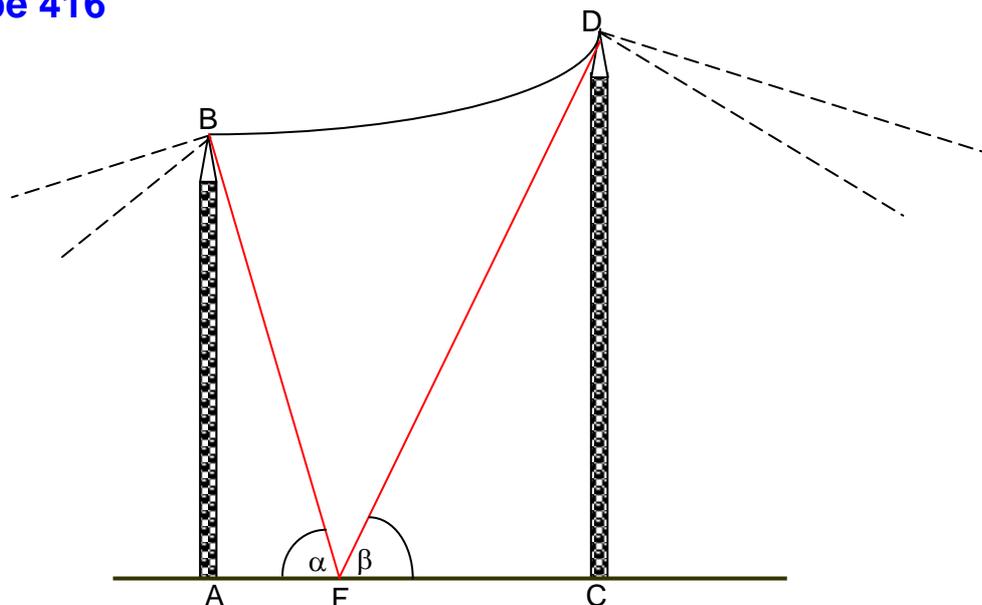
Wie lang ist der Schatten der Fahnenstange auf dem Dach ?

- b) Der Grundkreisdurchmesser EF des Daches hat die Länge 10 m.

Welchen Winkel bilden die Sonnenstrahlen mit der Horizontalen, wenn der Schatten gerade bis zum Ende E des Daches reicht ?



## Aufgabe 416



Auf einer horizontalen Ebene stehen zwei senkrechte Sendemasten AB und CD, die 180 m voneinander entfernt sind. Auf der Verbindungsstrecke ihrer Fußpunkte A und C befindet sich in F eine Verankerung, von der aus Halteseile zu den Mastspitzen führen. Von F aus erscheint der 48 m hohe Mast AB unter dem Winkel

$\alpha = 36,5^\circ$ , der Sendemast CD unter  $\beta = 29^\circ$ .

- Wie weit ist die Verankerung F von den Fußpunkten A und C der beiden Sendemasten entfernt ?
- Wie hoch ist der Sendemast CD ?
- Zwischen den beiden Mastspitzen ist ein Antennendraht gezogen. Wie lang ist dieser Draht, wenn er wegen seines Durchhangs um 15 % länger ist als der Abstand der Mastspitzen ?

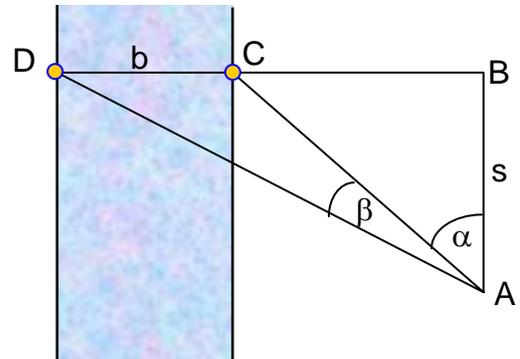
## Aufgabe 420

Zwei Schüler haben die Aufgabe erhalten, mit einer trigonometrischen Methode die Breite eines Flusses zu bestimmen. Sie verwenden dieselbe Stelle, die dadurch geeignet erscheint, dass dort direkt am Ufer zwei Bäume C und D einander gegenüber stehen.

- a) Hans markiert eine Stelle B auf der direkten Linie DC und steckt rechtwinklig zu CD eine Standlinie  $AB = s$  ab, die 44,2 m lang wird. Die Entfernung BC ist 34,3 m groß.

Schließlich misst er noch den Winkel  $\beta = 23,0^\circ$ .

Berechne die Breite  $b = CD$  des Flusses.

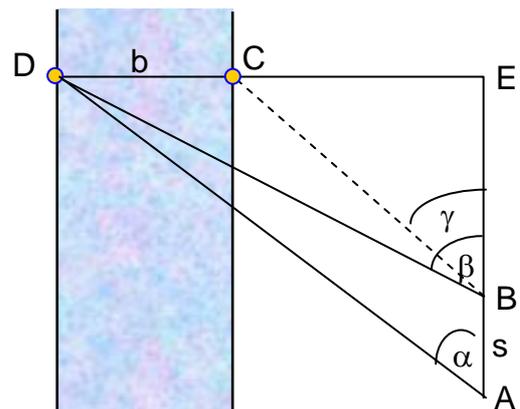


- b) Sylvia bestimmt ebenso wie Hans eine Stelle E auf der Linie DC. Ihre Standlinie  $s = AB$  ist ebenfalls senkrecht zu CD und hat die Länge 20,0 m.

Sie bestimmt drei Winkel

$$\alpha = 59,5^\circ, \beta = 71,4^\circ \text{ und } \gamma = 52,2^\circ$$

Berechne die Breite  $b = DC$  des Flusses.



### Aufgabe 421

An einer Kirchenwand hängt ein Kreuz DC, dessen Höhe man bestimmen möchte.

Es wird eine auf die Wand zulaufende Standlinie AB der Länge  $a = 9,00$  m abgesteckt.

Man misst zusätzlich drei Höhenwinkel  $\alpha = 28,7^\circ$ ;  $\beta = 58,4^\circ$  und  $\gamma = 42,3^\circ$ .

Berechne die Höhe CD des Kreuzes.

