Formelsammlung:

1. Arithmetische und geometrische Folgen und Reihen:

	Definition	Bildungsgesetz	Summenformel
Arithmetische Folge	$a_{n+1} = a_n + d$	$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$	$s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$
Geometrische Folge	$a_{n+1} = a_n \cdot q$	$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$	$s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q-1}$

2. Grenzwert einer unendlichen geometrischen Reihe:

$$|q| < 1 \Rightarrow \lim_{n\to\infty} s_n = \frac{a_1}{1-q} =: s_\infty$$

3. Grenzwert einer unendlichen Folge:

$$\lim_{n\to\infty} a_n = g \Leftrightarrow |a_n - g| < \varepsilon \text{ für alle } n > n_\varepsilon; \quad \varepsilon > 0$$

4. Schranken von Folgen:

S_u heißt **untere Schranke** einer Folge $< a_n > \Leftrightarrow a_n \geq S_u$ für alle $n \in \mathbb{N}$

S_o heißt **obere Schranke** einer Folge $< a_n > \Leftrightarrow a_n \leq S_o$ für alle $n \in \mathbb{N}$

5. Monotonie von Folgen:

$< a_n >$ steigt (wächst) monoton $\Leftrightarrow a_{n+1} \geq a_n$	$< a_n >$ steigt (wächst) **streng** monoton $\Leftrightarrow a_{n+1} > a_n$
$< a_n >$ fällt monoton $\Leftrightarrow a_{n+1} \leq a_n$	$< a_n >$ fällt **streng** monoton $\Leftrightarrow a_{n+1} < a_n$

6. Grenzwerte von Funktionen:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = g \Leftrightarrow |f(x) - g| < \varepsilon \text{ für alle } x > x_\varepsilon; \quad \varepsilon > 0$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = g \Leftrightarrow |f(x) - g| < \varepsilon \text{ für alle } x < x_\varepsilon; \quad \varepsilon > 0$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = g \Leftrightarrow |f(x) - g| < \varepsilon \text{ für } |x - x_0| < \delta; \quad \varepsilon > 0; \delta > 0$$

7. Stetigkeit in einem Punkt:

f ist stetig in $(x_0 / f(x_0)) \Leftrightarrow \lim_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$

8. Differentiation:

Differenzenquotient (Steigung der Sekante):	**Ableitung** (Grenzwert des Differenzenquotienten) an der Stelle x_0:
$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ für $x \neq x_0$	$f'(x_0) = \lim_{x\to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ für $x \neq x_0$

9. Ableitungsregeln:

Potenzregel:	$f(x)=x^n$	$\Rightarrow$	$f'(x)=n\cdot x^{n-1}$
Faktorregel:	$f(x)=a\cdot g(x)$	$\Rightarrow$	$f'(x)=a\cdot g'(x)$
Summenregel:	$f(x)=u(x)+v(x)$	$\Rightarrow$	$f'(x)=u'(x)+v'(x)$
Produktregel:	$f(x)=u(x)\cdot v(x)$	$\Rightarrow$	$f'(x)=u'(x)\cdot v(x)+u(x)\cdot v'(x)$
Quotientenregel:	$f(x)=\dfrac{u(x)}{v(x)}$	$\Rightarrow$	$f(x)=\dfrac{u'(x)\cdot v(x)-u(x)\cdot v'(x)}{(v(x))^2}$
Kettenregel:	$f(x)=g(h(x))$	$\Rightarrow$	$f'(x)=g'(h(x))\cdot h'(x)$

10. Kurvendiskussion:

$f'(x_E)=0 \wedge f''(x_E)<0$	$\Rightarrow$	f hat (lokales) Maximum in $(x_E / f(x_E))$
$f'(x_E)=0 \wedge f''(x_E)>0$	$\Rightarrow$	f hat (lokales) Minimum in $(x_E / f(x_E))$
$f''(x_W)=0 \wedge f'''(x_W)\neq 0$	$\Rightarrow$	f hat Wendepunkt in $(x_W / f(x_W))$
$f'(x)>0$	$\Rightarrow$	der Graph von *f* steigt (streng) monoton
$f'(x)<0$	$\Rightarrow$	der Graph von *f* fällt (streng) monoton
$f''(x)>0$	$\Rightarrow$	der Graph von *f* ist linksgekrümmt
$f''(x)<0$	$\Rightarrow$	der Graph von *f* ist rechtsgekrümmt

11. Integrale:

Bestimmtes Integral: $\int_a^b f(x)dx=[F(x)]_a^b=F(b)-F(a)$

12. Trigonometrie:

Wichtige Beziehungen zwischen den Winkelfunktionen:

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\cot\alpha=\dfrac{1}{\tan\alpha}$

Additionstheoreme:	
$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$ $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta-\cos\alpha\cdot\sin\beta$	$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$ $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta+\sin\alpha\cdot\sin\beta$

Beziehungen am schiefwinkligen Dreieck:

Sinussatz:	**Kosinussatz:**
$a:b:c=\sin\alpha:\sin\beta:\sin\gamma$ $\dfrac{a}{\sin\alpha}=\dfrac{b}{\sin\beta}=\dfrac{c}{\sin\gamma}$	$a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos\alpha$ $b^2=a^2+c^2-2ac\cdot\cos\beta$ $c^2=a^2+b^2-2ab\cdot\cos\gamma$

13. Schwingungslehre und Winkelfunktionen

$\omega = 2\pi f$	$\cong$	Winkelgeschwindigkeit; $f \cong$ Frequenz; $T \cong$ Periodendauer; $f = \frac{1}{T}$
$a(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$	mit	$A \cong$ Amplitude; $\varphi \cong$ Phasenverschiebungswinkel; $\varphi > 0$ voreilend, $\varphi < 0$ nacheilend
$a(t_1)$	$\cong$	Momentanwert zum Zeitpunkt t_1

14. Komplexe Zahlen

$j = \sqrt{-1}$ (wird in der Mathematik auch mit *i* bezeichnet)

Algebraische Schreibweise	**Eulersche Schreibweise**	**Goniometrische Schreibweise**
$\underline{z} = \mathrm{Re}(\underline{z}) + j \cdot \mathrm{Im}(\underline{z})$	$\underline{z} = \lvert \underline{z} \rvert \cdot e^{j \cdot \varphi}$	$\underline{z} = \lvert \underline{z} \rvert \cdot (\cos\varphi + j \cdot \sin\varphi)$

Wichtige Beziehungen:

$\lvert \underline{z} \rvert^2 = \mathrm{Re}(\underline{z})^2 + \mathrm{Im}(\underline{z})^2$; $\quad \sin\varphi = \frac{\mathrm{Im}(\underline{z})}{\lvert \underline{z} \rvert}$; $\quad \cos\varphi = \frac{\mathrm{Re}(\underline{z})}{\lvert \underline{z} \rvert}$; $\quad \tan\varphi = \frac{\mathrm{Im}(\underline{z})}{\mathrm{Re}(\underline{z})}$

Anwendung in der Elektrotechnik:

Bezugsgröße: $\underline{U} = U$

Kapazitiver Widerstand (Kondensator)	$\underline{I} = j \cdot I$ Strom eilt um 90° vor	$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$ $\underline{X}_C = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = -j \cdot X_C$
Induktiver Widerstand (Spule)	$\underline{I} = -j \cdot I$ Strom eilt um 90° nach	$X_L = \omega \cdot L$ $\underline{X}_L = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = j \cdot X_L$
Ohmscher Widerstand	$\underline{I} = I$ keine Phasenverschiebung	$\underline{R} = R$

15. Vektorrechnung

Ein **Vektor** $\vec{a}$ ist die Menge aller Pfeile gleicher Länge, gleicher Richtung und gleicher Orientierung. Ein einzelner Pfeil heißt **Repräsentant**.

	in der Ebene	**im Raum**
Koordinaten eines Vektors	$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$	$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$
Ortsvektor eines Punktes A ($O = (0 \mid 0 \mid 0)$ ist der Ursprung)	$\overrightarrow{OA} = \vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$	$\overrightarrow{OA} = \vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$

	in der Ebene	im Raum
Repräsentant eines Vektors mit Anfangspunkt A und Spitze B	$A(a_1 \mid a_2),\ B(b_1 \mid b_2) \Rightarrow$ $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \end{pmatrix}$	$A(a_1 \mid a_2 \mid a_3),\ B(b_1 \mid b_2 \mid b_3) \Rightarrow$ $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \\ b_3 - a_3 \end{pmatrix}$
Addition von Vektoren	$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \end{pmatrix}$	$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix}$
Subtraktion von Vektoren ($-\vec{b}$ heißt **Gegenvektor** zu $\vec{b}$)	$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$ $= \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -b_1 \\ -b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \end{pmatrix}$	$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$ $= \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -b_1 \\ -b_2 \\ -b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \\ a_3 - b_3 \end{pmatrix}$
Multiplikation eines Vektors mit einem **Skalar** s ($s \in \mathbb{R}$)	$s \cdot \vec{a} = s \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \cdot a_1 \\ s \cdot a_2 \end{pmatrix}$	$s \cdot \vec{a} = s \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \cdot a_1 \\ s \cdot a_2 \\ s \cdot a_3 \end{pmatrix}$
Länge (Betrag) eines Vektors	$\lvert \vec{a} \rvert = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$	$\lvert \vec{a} \rvert = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$
Skalarprodukt zweier Vektoren mit eingeschlossenem Winkel α	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \lvert \vec{a} \rvert \cdot \lvert \vec{b} \rvert \cdot \cos\alpha$ $= a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \lvert \vec{a} \rvert \cdot \lvert \vec{b} \rvert \cdot \cos\alpha$ $= a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$
Vektorprodukt (Kreuzprodukt) zweier Vektoren im Raum		$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$

16. Geradengleichungen:

	in der Ebene	im Raum
Parameterform mit Stützvektor $\vec{p}$ und Richtungsvektor $\vec{v}$ (Darstellung nicht eindeutig)	$g: \vec{x} = \vec{p} + s \cdot \vec{v}$	$g: \vec{x} = \vec{p} + s \cdot \vec{v}$
Koordinatenform	$g: ax_1 + bx_2 = c$	

17. Ebenengleichungen:

	in der Ebene	im Raum
Parameterform mit Stützvektor $\vec{p}$ und Spannvektoren $\vec{u}$ und $\vec{v}$ (Darstellung nicht eindeutig)		$E: \vec{x} = \vec{p} + s \cdot \vec{u} + t \cdot \vec{v}$
Koordinatenform		$E: ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$