

**1. Arithmetische und geometrische Folgen und Reihen:**

	Definition	Bildungsgesetz	Summenformel
Arithmetische Folge	$a_{n+1} = a_n + d$	$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$	$s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$
Geometrische Folge	$a_{n+1} = a_n \cdot q$	$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$	$s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

**2. Grenzwert einer unendlichen geometrischen Reihe:**

$$|q| < 1 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \frac{a_1}{1 - q} =: s_\infty$$

**3. Grenzwert einer unendlichen Folge:**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = g \Leftrightarrow |a_n - g| < \varepsilon \text{ für alle } n > n_\varepsilon; \quad \varepsilon > 0$$

**4. Schranken von Folgen:**

$S_u$  heißt **untere Schranke** einer Folge  $\langle a_n \rangle \Leftrightarrow a_n \geq S_u$  für alle  $n \in \mathbb{N}$

$S_o$  heißt **obere Schranke** einer Folge  $\langle a_n \rangle \Leftrightarrow a_n \leq S_o$  für alle  $n \in \mathbb{N}$

**5. Monotonie von Folgen:**

$\langle a_n \rangle$ steigt (wächst) monoton $\Leftrightarrow a_{n+1} \geq a_n$	$\langle a_n \rangle$ steigt (wächst) <b>streng</b> monoton $\Leftrightarrow a_{n+1} > a_n$
$\langle a_n \rangle$ fällt monoton $\Leftrightarrow a_{n+1} \leq a_n$	$\langle a_n \rangle$ fällt <b>streng</b> monoton $\Leftrightarrow a_{n+1} < a_n$

**6. Grenzwerte von Funktionen:**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = g \Leftrightarrow |f(x) - g| < \varepsilon \text{ für alle } x > x_\varepsilon; \quad \varepsilon > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = g \Leftrightarrow |f(x) - g| < \varepsilon \text{ für alle } x < x_\varepsilon; \quad \varepsilon > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = g \Leftrightarrow |f(x) - g| < \varepsilon \text{ für } |x - x_0| < \delta; \quad \varepsilon > 0; \delta > 0$$

**7. Stetigkeit in einem Punkt:**

$$f \text{ ist stetig in } (x_0 / f(x_0)) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

**8. Differentiation:**

Differenzenquotient (Steigung der Sekante):	Ableitung (Grenzwert des Differenzenquotienten) an der Stelle $x_0$ :
$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ für $x \neq x_0$	$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ für $x \neq x_0$

**9. Ableitungsregeln:**

<b>Potenzregel:</b>	$f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$
<b>Faktorregel:</b>	$f(x) = a \cdot g(x) \Rightarrow f'(x) = a \cdot g'(x)$
<b>Summenregel:</b>	$f(x) = u(x) + v(x) \Rightarrow f'(x) = u'(x) + v'(x)$

<b>Produktregel:</b>	$f(x) = u(x) \cdot v(x) \Rightarrow f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$
<b>Quotientenregel:</b>	$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)} \Rightarrow f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{(v(x))^2}$
<b>Kettenregel:</b>	$f(x) = g(h(x)) \Rightarrow f'(x) = g'(h(x)) \cdot h'(x)$

### 10. Kurvendiskussion:

$f'(x_E) = 0 \wedge f''(x_E) < 0$	$\Rightarrow$ f hat (lokales) Maximum in $(x_E / f(x_E))$
$f'(x_E) = 0 \wedge f''(x_E) > 0$	$\Rightarrow$ f hat (lokales) Minimum in $(x_E / f(x_E))$
$f''(x_W) = 0 \wedge f'''(x_W) \neq 0$	$\Rightarrow$ f hat Wendepunkt in $(x_W / f(x_W))$
$f'(x) > 0$	$\Rightarrow$ der Graph von $f$ steigt (streng) monoton
$f'(x) < 0$	$\Rightarrow$ der Graph von $f$ fällt (streng) monoton
$f''(x) > 0$	$\Rightarrow$ der Graph von $f$ ist linksgekrümmt
$f''(x) < 0$	$\Rightarrow$ der Graph von $f$ ist rechtsgekrümmt

### 11. Integrale:

**Bestimmtes Integral:**  $\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$

### 12. Trigonometrie:

#### Wichtige Beziehungen zwischen den Winkelfunktionen:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \quad \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \quad \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$$

<b>Additionstheoreme:</b>	
$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$	$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$
$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$	$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$

#### Beziehungen am schiefwinkligen Dreieck:

<b>Sinussatz:</b>	<b>Kosinussatz:</b>
$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$
$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$	$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$
	$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

### 13. Schwingungslehre und Winkelfunktionen

$\omega = 2\pi f$	$\cong$	Winkelgeschwindigkeit; $f \cong$ Frequenz; $T \cong$ Periodendauer; $f = \frac{1}{T}$
$a(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$	mit	$A \cong$ Amplitude; $\varphi \cong$ Phasenverschiebungswinkel; $\varphi > 0$ voreilend, $\varphi < 0$ nacheilend
$a(t_1)$	$\cong$	Momentanwert zum Zeitpunkt $t_1$

### 14. Komplexe Zahlen

$j = \sqrt{-1}$  (wird in der Mathematik auch mit  $j$  oder  $i$  bezeichnet)

Algebraische Schreibweise	Eulersche Schreibweise	Goniometrische Schreibweise
$\underline{z} = \text{Re}(\underline{z}) + j \cdot \text{Im}(\underline{z})$	$\underline{z} =  \underline{z}  \cdot e^{j\varphi}$	$\underline{z} =  \underline{z}  \cdot (\cos \varphi + j \cdot \sin \varphi)$

#### Wichtige Beziehungen:

$$|\underline{z}|^2 = \text{Re}(\underline{z})^2 + \text{Im}(\underline{z})^2; \quad \sin \varphi = \frac{\text{Im}(\underline{z})}{|\underline{z}|}; \quad \cos \varphi = \frac{\text{Re}(\underline{z})}{|\underline{z}|}; \quad \tan \varphi = \frac{\text{Im}(\underline{z})}{\text{Re}(\underline{z})}$$

#### Anwendung in der Elektrotechnik:

Bezugsgröße:  $\underline{U} = U$

<b>Kapazitiver Widerstand</b> (Kondensator)	$\underline{I} = j \cdot I$ Strom eilt um $90^\circ$ vor	$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$ $\underline{X}_C = \frac{U}{\underline{I}} = -j \cdot X_C$
<b>Induktiver Widerstand</b> (Spule)	$\underline{I} = -j \cdot I$ Strom eilt um $90^\circ$ nach	$X_L = \omega \cdot L$ $\underline{X}_L = \frac{U}{\underline{I}} = j \cdot X_L$
<b>Ohmscher Widerstand</b>	$\underline{I} = I$ keine Phasenverschiebung	$\underline{R} = R$