b) Die quadratische Funktion **$f(x)=ax^2+b$**

$$F(x_0) = \lim_{n\to\infty} \Big[\underbrace{\left(\frac{x_0}{n}\right)}_{\text{Streifenbreite}}\Big[\Big(\underbrace{a\left(\frac{x_0}{n}\, 1\right)^2 +b}_{\text{1. Streifenhöhe}}\Big) + \Big(\underbrace{a\left(\frac{x_0}{n}\, 2\right)^2 +b}_{\text{2. Streifenhöhe}}\Big) + \ldots\ldots +\Big(\underbrace{a\left(\frac{x_0}{n}\, n\right)^2 +b}_{\text{n. Streifenhöhe}}\Big)\Big]\Big]$$

$$= \lim_{n\to\infty} \left[\left(\frac{x_0}{n}\right)\left[\left(a\left(\frac{x_0}{n}\right)^2 (1^2+2^2+3^2+ \ldots\ldots+n^2\right) +(b\, n)\right]\right]$$

$$= \lim_{n\to\infty} \left[\left[\left(a\left(\frac{x_0}{n}\right)^3 (1^2+2^2+3^2+ \ldots\ldots+n^2\right) +\left(\frac{x_0}{\cancel{n}}\, b\, \cancel{n}\right)\right]\right]$$

$$= \lim_{n\to\infty} \left[\left[\left(a\left(\frac{x_0}{n}\right)^3 \left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right) +(x_0\, b)\right]\right]\right.$$

$$\boxed{F(x_0) = a\,\frac{x_0^{\,3}}{3} + b\,x_0}$$

Flächenfunktion zur obigen quadratischen Funktion **$f(x)=ax^2+b$**

Anwendung: a) $f(x) = 2x^2$ => $a=2$ und $b=0$

$$F(x_0) = 2\,\frac{x_0^{\,3}}{3}$$

mit $x_0=4$ gilt: $F(4) = A = 2\cdot\frac{4^3}{3} = 42.667$ FE

b) $f(x) = x^2$ => $a=1$ und $b=0$

$F(x_0) = \frac{x_0^{\,3}}{3}$; mit $x_0=4$ gilt: $F(4) = A = \frac{4^3}{3} = 21.333$ FE