Thema: Grundfunktionen und ihre Steigungsfunktionen

a) Die kubischen Funktionen

$$f'(xo) = \lim_{x \to xo} \left(\frac{f(x) - f(x_o)}{x - x_o} \right) \quad \text{mit} \quad f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

$$f'(xo) = \lim_{x \to xo} \left(\frac{a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d - \left(a \cdot x_o^3 + b \cdot x_o^2 + c \cdot x_o + d\right)}{x - xo} \right)$$

$$f'(xo) = \lim_{x \to xo} \left(a \cdot xo^2 + xo \cdot b + xo \cdot a \cdot x + c + x \cdot b + a \cdot x^2 \right)$$

$$f'(xo) = 3 \cdot a \cdot x_o^2 + 2 \cdot x_o \cdot b + c$$

=================

b) Die linearen Funktionen

$$f'(xo) = \lim_{x \to xo} \left(\frac{f(x) - f(x_o)}{x - x_o} \right) \quad \text{mit} \quad f(x) = m \cdot x + b$$

$$f'(xo) = \lim_{x \to xo} \left(\frac{m \cdot x + b - \left(m \cdot x_o + b\right)}{x - x_o} \right)$$

$$f'(xo) = \lim_{x \to xo} \left(m \right)$$

$$f'(xo) = m$$

=========

c) Die quadratischen Funktionen

$$f'(xo) = \lim_{x \to xo} \left(\frac{f(x) - f(x_o)}{x - x_o} \right) \quad \text{mit} \quad f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

$$f'(xo) = \lim_{x \to xo} \left(\frac{a \cdot x^2 + b \cdot x + c - \left(a \cdot x_o^2 + b \cdot x_o + c\right)}{x - x_o} \right)$$

$$f'(xo) = \lim_{x \to xo} \left(x_o \cdot a + b + a \cdot x \right)$$

$$f'(xo) = 2 \cdot x_o \cdot a + b$$

============

d) Die Funktionen der Form f(x)=a/x

$$f'(x_o)=\lim_{x\to x_o}\left(\frac{f(x)-f(x_o)}{x-x_o}\right) \quad \text{mit} \quad f(x)=\frac{a}{x}$$

$$f'(x_o)=\lim_{x\to x_o}\left(\frac{\frac{a}{x}-\frac{a}{x_o}}{x-x_o}\right)$$

$$f'(x_o)=\lim_{x\to x_o}\left(\frac{-a}{(x\cdot x_o)}\right)$$

$$f'(x_o)=\frac{-a}{x_o^{\,2}}$$

============

e) Die Funktionen der Form f(x)= $\sqrt{x}$

$$f'(x_o)=\lim_{x\to x_o}\left(\frac{f(x)-f(x_o)}{x-x_o}\right) \quad \text{mit} \quad f(x)=\sqrt{x}$$

$$f'(x_o)=\lim_{x\to x_o}\left(\frac{\sqrt{x}-\sqrt{x_o}}{x-x_o}\right)$$

$$f'(x_o)=\lim_{x\to x_o}\left(\frac{1}{(\sqrt{x}+\sqrt{x_o})}\right)$$

$$f'(x_o)=\frac{1}{2\cdot\sqrt{x_o}}$$

============

e) Die Funktionen der Form f(x)= $\sqrt{x+a}$

$$f'(x_o)=\lim_{x\to x_o}\left(\frac{f(x)-f(xo)}{x-xo}\right) \quad \text{mit} \quad f(x)=\sqrt{x+a}$$

$$f'(x_o)=\lim_{x\to x_o}\left(\frac{\sqrt{x+a}-\sqrt{x_o+a}}{x-x_o}\right) \quad =\lim_{x\to x_o}\left(\frac{\sqrt{x+a}-\sqrt{x_o+a}}{(x+a)-(x_o+a)}\right)$$

$$f'(x_o)=\lim_{x\to x_o}\left(\frac{\sqrt{x+a}-\sqrt{x_o+a}}{(\sqrt{x+a}-\sqrt{x_o+a})\cdot(\sqrt{x+a}+\sqrt{x_o+a})}\right) = \lim_{x\to x_o}\left(\frac{1}{(\sqrt{x+a}+\sqrt{x_o+a})}\right)$$

$$f'(x_o)=\frac{1}{2\cdot\sqrt{x_o+x}}$$

============