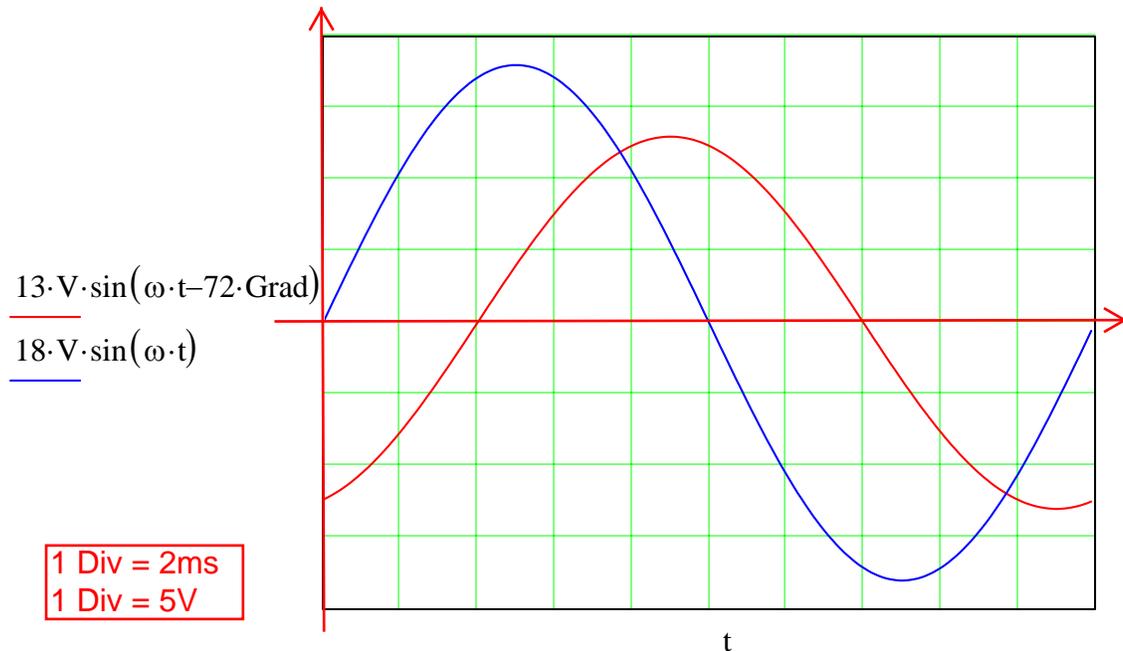


Thema: Die komplexen Zahlen in der Elektrotechnik

a) Addition/Subtraktion komplexer Zahlen

Aufgabenbeispiel: Ein Oszillogramm zweier Wechselspannungen $u_1(t)$ und $u_2(t)$ sei in der folgenden Abbildung vorgegeben. Die Spannung $u_1(t)$ eilt der Spannung $u_2(t)$ voraus.

$$t := 0 \cdot \text{ms}, 0.1 \cdot \text{ms} \dots 30 \cdot \text{ms} \quad f := 50 \cdot \text{Hz} \quad \omega := 2 \cdot \pi \cdot f$$



- Wie sind die Spannungen mit den komplexen Zahlen darstellbar?
- Warum ist die komplexe Zahlendarstellung hier sinnvoll?
- Berechnen Sie die Gesamtspannung! Geben Sie den Spitzen- und den Effektivwert an!
- Welche Phasenverschiebung weist die Gesamtspannung bezogen auf $u_2(t)$ auf?
- Welche Zuordnungsvorschrift hat die Gesamtspannung?

Lösung:

- a) Aus dem Oszillogramm können die Phasenverschiebung der Spannungen sowie die jeweiligen Spitzenwerte abgelesen werden. Die Spitzenwerte entsprechen in C den Beträgen einer komplexen Zahl.

$$\underline{U}_1 := 18 \cdot V \cdot e^{j \cdot 0 \cdot \text{Grad}}$$

Der Zeiger U_1 ist der **Bezugszeiger**. Er erhält den **Winkel 0 Grad**.

$$\underline{U}_2 := 13 \cdot V \cdot e^{-j \cdot 72 \cdot \text{Grad}}$$

Der Zeiger U_2 eilt um den Winkel φ voraus.

- b) Die beiden Spannungen sollen unter c) addiert werden. Diese muss auf **geometrischem Wege** erfolgen, da die bei den Spannungen eine Phasenverschiebung aufweisen. Bisher wurde diese auf graphischem Wege durchgeführt. Damit waren zusätzliche Ungenauigkeiten verbunden. **Die Addition und Subtraktion in C hat sich als geometrische Addition/Subtraktion interpretieren lassen.** Somit ist diese Zahlendarstellung zur rechnerischen Lösung besonders gut geeignet.

c)

$$\underline{U}_{\text{ges}} := \underline{U}_1 + \underline{U}_2$$

$$\underline{U}_{\text{ges}} = 22.017 - 12.364j \text{ V}$$

Element aus C

$$|\underline{U}_{\text{ges}}| = 25.251 \text{ V}$$

= Zeigerlänge von U_{ges}

=====

$$\arg(\underline{U}_{\text{ges}}) = -29.316 \text{ Grad}$$

= Winkel bezogen auf U_1
(Bezugszeiger)

$$U_{\text{gesEff}} := \frac{|\underline{U}_{\text{ges}}|}{\sqrt{2}}$$

$$U_{\text{gesEff}} = 17.855 \text{ V}$$

=====

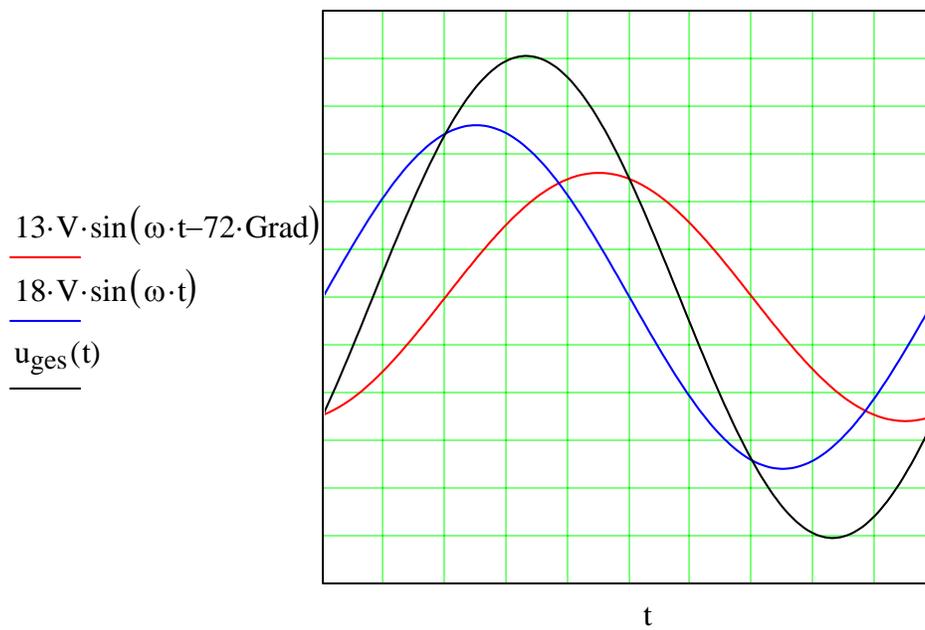
d) $\arg(\underline{U}_{\text{ges}}) = -29.316 \text{ Grad}$ = Winkel bezogen auf U_1

=====

e) $u_{\text{ges}}(t) := |\underline{U}_{\text{ges}}| \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(\underline{U}_{\text{ges}}))$

=====

Liniendiagramm (E-Technik: Oszillogramm)



Hierzu lässt sich auch das zugehörige Zeigerbild zeichnen!!!

$$\text{ms} \equiv 10^{-3} \cdot \text{s}$$