Thema: Die Eulersche Form der komplexen Zahl

Es gilt:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} \cdots\cdots$$

Bem.: $9! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 9$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} \cdots$$

$$\cos x + j \sin x = 1 + jx - \frac{x^2}{2!} - j\frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + j\frac{x^5}{5!} \cdots\cdots$$

Zum Vergleich:

$$e^{jx} = 1 + j\frac{x}{1!} + j^2\frac{x^2}{2!} + j^3\frac{x^3}{3!} + j^4\frac{x^4}{4!} + j^5\frac{x^5}{5!} \cdots$$

$$e^{jx} = 1 + jx - \frac{x^2}{2!} - j\frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + j\frac{x^5}{5!} \cdots$$

Es gilt offensichtlich: (mit $\varphi \mathrel{\hat{=}} x$)

$$e^{j\varphi} = \underbrace{\cos\varphi + j\sin\varphi}$$

Die goniometrische Form der Zahl z führt zu:

$$z = |z|\,(\cos\varphi + j\sin\varphi)$$

(4) $$\boxed{z = |z|\, e^{j\varphi}}$$ Eulersche Formel