

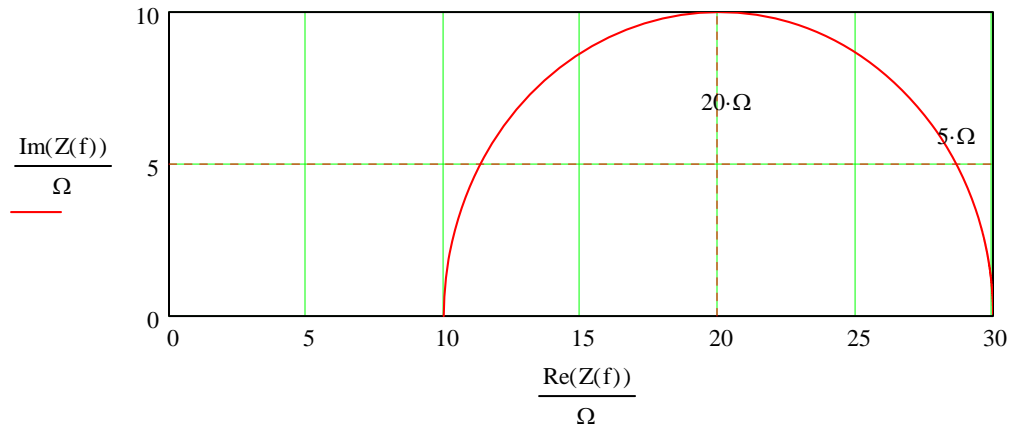
Thema: Ortskurven in der Elektrotechnik

Reihenschaltung R_1 mit der Parallelschaltung R_2 und L :

$$R_1 := 10 \cdot \Omega \quad R_2 := 20 \cdot \Omega \quad L := 1 \cdot H \quad f := 0 \cdot \text{Hz}, 0.1 \cdot \text{Hz} \dots 1 \cdot \text{kHz}$$

$$X_L(f) := j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$$

$$Z(f) := R_1 + \frac{R_2 \cdot X_L(f)}{R_2 + X_L(f)}$$



Aufgabe:

Bei welchen Frequenzen liegt eine Phasenverschiebung von 15° vor?

Wir lesen aus der Widerstandsorkurve ab:

$$Z_1 := (27.5 + j \cdot 7.5) \cdot \Omega \quad Z_2 := (12 + j \cdot 3) \cdot \Omega$$

Damit gilt:

$$Z(7.4675 \cdot \text{Hz}) = 26.925 + 7.214j \cdot \Omega \quad Z(0.452 \cdot \text{Hz}) = 10.395 + 2.784j \cdot \Omega$$

$$\arg(Z(7.4675 \cdot \text{Hz})) = 15 \text{ Grad} \quad \arg(Z(0.452 \cdot \text{Hz})) = 14.992 \text{ Grad}$$

Rechnung:

$$R_1 := 10 \cdot \Omega \quad R_2 := 20 \cdot \Omega \quad L := 1 \cdot H \quad \phi := 15 \cdot \text{Grad} \quad \text{Grad} \equiv \frac{2 \cdot \pi}{360}$$

$$0 = X_L^2 \cdot (R_1 + R_2) - \frac{R_2^2}{\tan(\phi)} \cdot X_L + R_1 \cdot R_2^2$$

$$X_{L1} := \frac{1}{[2 \cdot (-R_1 - R_2)]} \cdot \left(\frac{-R_2^2}{\tan(\phi)} + R_2 \cdot \frac{\sqrt{R_2^2 - 4 \cdot R_1^2 \cdot \tan(\phi)^2 - 4 \cdot R_1 \cdot \tan(\phi)^2 \cdot R_2}}{\tan(\phi)} \right)$$

$$X_{L2} := \frac{1}{[2 \cdot (-R_1 - R_2)]} \cdot \left(\frac{-R_2^2}{\tan(\phi)} - R_2 \cdot \frac{\sqrt{R_2^2 - 4 \cdot R_1^2 \cdot \tan(\phi)^2 - 4 \cdot R_1 \cdot \tan(\phi)^2 \cdot R_2}}{\tan(\phi)} \right)$$

$$X_{L1} = 2.842 \cdot \Omega \quad X_{L2} = 46.919 \cdot \Omega$$

$$f_1 := \frac{X_{L1}}{2 \cdot \pi \cdot L}$$

$$f_2 := \frac{X_{L2}}{2 \cdot \pi \cdot L}$$

$$f_1 = 0.452 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 7.467 \text{ Hz}$$

=====

Zur Kontrolle:

$$Z(f) := R_1 + \frac{R_2 \cdot j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}{R_2 + j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}$$

$$Z(f_1) = 10.396 + 2.786j \Omega$$

$$Z(f_2) = 26.925 + 7.214j \Omega$$

$$\arg(Z(f_1)) = 15 \text{ Grad}$$

$$\arg(Z(f_2)) = 15 \text{ Grad}$$

Zwischenwerte für die Ortskurve:

$$Z(0 \cdot \text{Hz}) = 10 \Omega$$

$$Z(8 \cdot \text{Hz}) = 27.266 + 6.87j \Omega$$

$$Z(1 \cdot \text{Hz}) = 11.797 + 5.719j \Omega$$

$$Z(10 \cdot \text{Hz}) = 28.16 + 5.781j \Omega$$

$$Z(2 \cdot \text{Hz}) = 15.661 + 9.01j \Omega$$

$$Z(20 \cdot \text{Hz}) = 29.506 + 3.104j \Omega$$

$$Z(3 \cdot \text{Hz}) = 19.408 + 9.982j \Omega$$

$$Z(30 \cdot \text{Hz}) = 29.777 + 2.098j \Omega$$

$$Z(5 \cdot \text{Hz}) = 24.232 + 9.06j \Omega$$

$$Z(100 \cdot \text{Hz}) = 29.98 + 0.636j \Omega$$