Thema: Radizieren in C

Betrachten wir die Zahl: $z := 8 \cdot e^{j \cdot 45 \cdot Grad}$

Wir wollen aus z die 3-te Wurzel ziehen.

Also: $z_{Wurzel} := \sqrt[3]{8 \cdot e^{j \cdot 45 \cdot Grad}}$

$$z_{Wurzel} = 1.932 + 0.518j$$

============================

Mit: $\arg\left(z_{Wurzel}\right) = 15 \cdot Grad$ $\quad \left|z_{Wurzel}\right| = 2$

==

Das Ergebnis lässt uns <u>vermuten</u>: Die Lösung erhalten wir, in dem wir

- aus dem Betrag die 3-te Wurzel ziehen und

- den Winkel durch 3 teilen

Wir klären den Sachverhalt mit uns bekannten Mitteln, den Gesetzen zum Radizieren:

$$z_{Wurzel} := \sqrt[3]{8 \cdot e^{j \cdot 45 \cdot Grad}}$$

$$z_{Wurzel} := \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{e^{j \cdot 45 \cdot Grad}}$$

$$z_{Wurzel} := \sqrt[3]{8} \cdot \left(e^{j \cdot 45 \cdot Grad}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$z_{Wurzel} := \sqrt[3]{8} \cdot e^{j \cdot \frac{45 \cdot Grad}{3}}$$

$$z_{Wurzel} := 2 \cdot e^{j \cdot 15 \cdot Grad}$$

==========================

Mit der Euler'schen Zahlendarstellung (siehe auch polare Zahlendarstellung) in der Gauss'schen Zahlenebene, wird aber auch klar, dass folgendes gilt:

$$z = 8 \cdot e^{j \cdot 45 \cdot Grad} = 8 \cdot e^{j \cdot (45 \cdot Grad + 360 \cdot Grad)} = 8 \cdot e^{j \cdot (45 \cdot Grad + 720 \cdot Grad)}$$ usw.

$$z = 8 \cdot e^{j \cdot 45 \cdot Grad} = 8 \cdot e^{j \cdot (405 \cdot Grad)} = 8 \cdot e^{j \cdot (765 \cdot Grad)}$$ usw.

Wir erhalten somit weitere Lösungen:

2-te Lösung:

$$z_{Wurzel\_2} := \sqrt[3]{8 \cdot e^{j \cdot 45 \cdot Grad} \cdot e^{j \cdot 360 \cdot Grad}}$$

$$z_{Wurzel\_2} := \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{e^{j \cdot 45 \cdot Grad}} \cdot \sqrt[3]{e^{j \cdot 360 \cdot Grad}}$$

$$z_{Wurzel\_2} := 2 \cdot e^{j \cdot 15 \cdot Grad} \cdot e^{j \cdot \frac{360 \cdot Grad}{3}}$$

$$z_{Wurzel\_2} = -1.414 + 1.414j$$

================================

$$\arg\left(z_{Wurzel\_2}\right) = 135 \cdot Grad \qquad \left|z_{Wurzel\_2}\right| = 2$$

==

3-te Lösung:

$$z_{Wurzel\_3} := \sqrt[3]{8 \cdot e^{j \cdot 45 \cdot Grad} \cdot e^{j \cdot 720 \cdot Grad}}$$

$$z_{Wurzel\_3} := \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{e^{j \cdot 45 \cdot Grad}} \cdot \sqrt[3]{e^{j \cdot 720 \cdot Grad}}$$

$$z_{Wurzel\_3} := 2 \cdot e^{j \cdot 15 \cdot Grad} \cdot e^{j \cdot \frac{720 \cdot Grad}{3}}$$

$$z_{Wurzel\_3} = -0.518 - 1.932j$$

================================

$$\arg\left(z_{Wurzel\_3}\right) = -105 \cdot Grad \qquad \left|z_{Wurzel\_3}\right| = 2$$

===

Frage: Wie viele Lösungen existieren? Wie viele unterschiedliche Lösungen sind zu finden? Stellen Sie zunächst die bereits ermittelten Lösungen in der Gauss'schen Zahlenebene dar!
Was ist fest zu stellen?