KAP 1.3

GLEICHGEWICHTIGE ZAHLEN

Eine eng mit den befreundeten Zahlen verwandte Spezies von Zahlen lernen wir nun kennen:

DEFINITION Zwei Zahlen heißen „gleichgewichtig“ (in Zeichen: $a\square b$), wenn $\sigma^*(a)=\sigma^*(b)$ ist.

AUFGABE 1.53 Zeige: a) $34\square 361$ b) $155\square 203\square 299\square 323$ c) $1184\square 1490\square 1604\square 1898$

AUFGABE 1.54 Beweise: $a\square b \Leftrightarrow \sigma(a)-\sigma(b)=a-b$

AUFGABE 1.55 Finde zu den folgenden Regeln jeweils 3 Beispiele und beweise die Regeln dann:

(1) Sind p_1, p_2, q_1 und q_2 prim mit $p_1 \neq p_2$ und $q_1 \neq q_2$ und gilt $p_1+p_2=q_1+q_2$, so sind $a=p_1 \cdot p_2$ und $b=q_1 \cdot q_2$ gleichgewichtig.

(2) Es seien p und q Primzahlzwillinge mit $p<q$ (d.h. $q=p+2$). Dann sind $a=q^2$ und $b=2p$ gleichgewichtig.

(3) Sind p und q prim mit $q=(2^n-1)p+2^{n+1}-4$, $n \geq 2$, so sind $a=2^n \cdot p$ und $b=2q$ gleichgewichtig.

AUFGABE 1.56 Suche x mit $\sigma^*(x)=3$ (4, 11, 24, 28, 30, 36)

AUFGABE 1.57 Möglicherweise hattest Du Probleme mit Aufgabe 1.56. Schreibe zu Deiner Erleichterung ein Programm, daß zu jeder vorgegebenen Zahl s alle x angibt mit $\sigma^*(x)=s$. Zeige damit, daß es zu s= 5, 52, 88 und 96 keine entsprechenden x gibt.