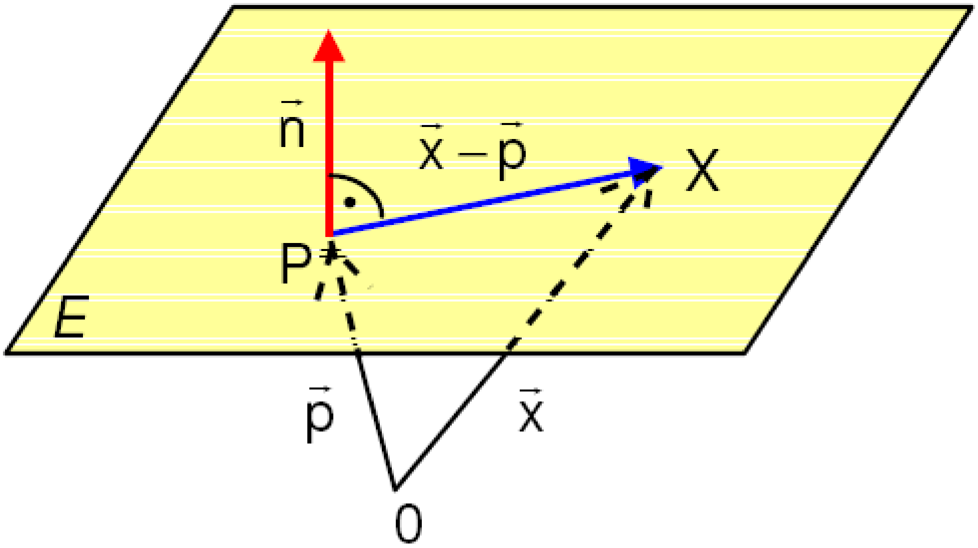
Normalenform der Ebenengleichung



Beachte: Der Vektor $\vec{x}-\vec{p}$ liegt in der Ebene E. Der Normalenvektor $\vec{n}$ ist senkrecht zu E. Das Skalarprodukt muss daher Null ergeben. Wir erhalten so die Normalenform der Ebenengleichung:

$$\boxed{\mathbf{(\vec{x}-\vec{p})\cdot\vec{n} = 0 \quad \text{kurz: NF}}}$$

Die Koordinatengleichung $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = b$ eine Ebene E kann man auch in der Form schreiben:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = b \text{ d.h. als } \vec{x}\bullet\vec{n} = b \text{ mit } \vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{n} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

Zu $\vec{n}$ und b kann man einen Vektor $\vec{p}$ finden, sodass $\vec{p}\bullet\vec{n} = b$. Aus $\vec{x}\bullet\vec{n} = \vec{p}\bullet\vec{n}$ folgt $(\vec{x}-\vec{p})\cdot\vec{n} = 0$, also ist $\vec{n}$ ein Normalenvektor der Ebene.

Merke: Ist $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = b$ eine Koordinatengleichung der Ebene, so der Vektor mit den Koordinaten a_1, a_2, a_3 ein Normalenvektor der Ebene.

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$