5.	n = 200 und p = 0,24
a)	Die Anzahl der Erfolge beträgt genau 48
b)	Die Anzahl der Erfolge beträgt höchstens 65
c)	Die Anzahl der Erfolge liegt zwischen 42 und 54 (einschließlich)
d)	Die Anzahl der Erfolge liegt zwischen 36 und 60 (einschließlich)
e)	Die Anzahl der Erfolge liegt zwischen 30 und 66 (einschließlich)
f)	Die Anzahl der Erfolge liegt in der einfachen Sigma- Umgebung
g)	Die Anzahl der Erfolge liegt in der doppelten Sigma- Umgebung
h)	Die Anzahl der Erfolge liegt in der dreifachen Sigma- Umgebung
i)	In welcher Sigma- Umgebung liegen 90% aller Erfolge?
j)	In welcher Sigma- Umgebung liegen 95% aller Erfolge?
k)	In welcher Sigma- Umgebung liegen 99% aller Erfolge?

$n := 200 \qquad p := 0.24$

zu a) $k := 48$

P(X=48) = $= \frac{n!}{(n-k)!\cdot k!}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$ $\quad \text{pbinom}(48,n,p) - \text{pbinom}(47,n,p) = 0.066$

zu b) P(X<=65) = $\text{pbinom}(65,n,p) = 0.998$

zu c) P(42<X<=54) = P(43,44, ... 53,54) = $\text{pbinom}(54,n,p) - \text{pbinom}(42,n,p) = 0.677$

zu d) P(36<X<=60) = P(37,38, ... 59,60) = $\text{pbinom}(60,n,p) - \text{pbinom}(35,n,p) = 0.962$

bei Brinkmann: beide Grenzen einschließlich
hier nur rechte Grenze

zu e) P(30<X<=66) = P(31,32, ... 65,66) = $\text{pbinom}(66,n,p) - \text{pbinom}(30,n,p) = 0.997$

zu f) $\mu := n\cdot p \qquad \mu = 48 \qquad \sigma := \sqrt{\mu\cdot(1-p)} \qquad \sigma = 6.04$

$\mu - \sigma = 41.96 \qquad \mu + \sigma = 54.04$

P(42<=X<=54) = $\text{pbinom}(54,n,p) - \text{pbinom}(41,n,p) = 0.718$

zu g) $\mu - 2\cdot\sigma = 35.92 \qquad \mu + 2\cdot\sigma = 60.08 \qquad 2\cdot\sigma = 12.08$

P(36<=X<=60) = $\text{pbinom}(60,n,p) - \text{pbinom}(35,n,p) = 0.962$

zu h) $\mu - 3\cdot\sigma = 29.88 \qquad \mu + 3\cdot\sigma = 66.12 \qquad 3\cdot\sigma = 18.12$

P(30<=X<=66) = $\text{pbinom}(66,n,p) - \text{pbinom}(29,n,p) = 0.998$

zu i) Wir schätzen ab: 90% liegt zwischen der 1σ und 2σ, jedoch näher an 2σ.

1. Versuch: P(μ-10<=X<=μ+10) = P(38<=X<=58)= $\text{pbinom}(58,n,p) - \text{pbinom}(37,n,p) = 0.918$

2. Versuch: P(μ-9<=X<=μ+9) = P(39<=X<=57)= $\text{pbinom}(57,n,p) - \text{pbinom}(38,n,p) = 0.885$

Wir erkennen, dass die gesuchte Wahrscheinlichkeit von 90% zwischen beiden Ergebnissen liegt.
Wenn wir eine Umgebung suchen, in der **mind. 90%** der Erfolge liegen sollen, müssen wir die erste Lösung nehmen, also **rσ=10**:

$r\cdot\sigma = 10$ auflösen, r $\rightarrow 1.6556654463313047582$

Wichtig: Die Binomialverteilung ist eine diskrete Verteilung und nicht wie die spätere Normalverteilung eine stetige Verteilung.

Da die von uns gesuchte Wahrscheinlichkeit etwa in der Mitte der beiden Werte liegt, kann in Abhäängigkeit der Fragestellung u.U. auch akzeptiert werden:

$r\cdot\sigma = 9$ auflösen, r $\rightarrow 1.4900989016981742823$

zu j) Wir schätzen ab: 95% liegt in der Nähe 2-Sigmaumgebung. $\mu - 2\cdot\sigma = 35.92$ $\mu + 2\cdot\sigma = 60.08$ $2\cdot\sigma = 12.08$

1. Versuch: P(μ-12<=X<=μ+12) = P(36<=X<=60)= $\text{pbinom}(60, n, p) - \text{pbinom}(35, n, p) = 0.962$

Dieser Versuch führt bereits einem höheren Wert. Wir verkleinern daher die Umgebung.

2. Versuch: P(μ-11<=X<=μ+11) = P(37<=X<=59)= $\text{pbinom}(59, n, p) - \text{pbinom}(36, n, p) = 0.944$

Wir erkennen, dass die gesuchte Wahrscheinlichkeit von 95% zwischen beiden Ergebnissen liegt.
Wenn wir eine Umgebung suchen, in der **mind. 95%** der Erfolge liegen sollen, müssen wir die erste Lösung nehmen, also **rσ=12**:

$r\cdot\sigma = 12$ auflösen, r $\rightarrow$ 1.9867985355975657098

Wichtig: Die Binomialverteilung ist eine diskrete Verteilung und nicht wie die spätere Normalverteilung eine stetige Verteilung.

Da die von uns gesuchte Wahrscheinlichkeit etwa in der Mitte der beiden Werte liegt, kann in Abhäängigkeit der Fragestellung u.U. auch akzeptiert werden:

$r\cdot\sigma = 11$ auflösen, r $\rightarrow$ 1.8212319909644352340

zu k) Wir schätzen ab: 99% liegt in der Nähe 3-Sigmaumgebung. $\mu - 3\cdot\sigma = 29.88$ $\mu + 3\cdot\sigma = 66.12$ $3\cdot\sigma = 18.12$

1. Versuch: P(μ-18<=X<=μ+18) = P(30<=X<=66)= $\text{pbinom}(66, n, p) - \text{pbinom}(29, n, p) = 0.998$

Dieser Versuch führt bereits einem höheren Wert. Wir verkleinern daher die Umgebung.

2. Versuch: P(μ-17<=X<=μ+17) = P(31<=X<=65)= $\text{pbinom}(65, n, p) - \text{pbinom}(30, n, p) = 0.996$

Dieser Versuch führt immer noch bei einem höheren Wert. Wir verkleinern daher die Umgebung nochmals.

3. Versuch: P(μ-16<=X<=μ+16) = P(32<=X<=64)= $\text{pbinom}(64, n, p) - \text{pbinom}(31, n, p) = 0.994$

4. Versuch: P(μ-15<=X<=μ+15) = P(33<=X<=63)= $\text{pbinom}(63, n, p) - \text{pbinom}(32, n, p) = 0.99$

$\text{pbinom}(63, n, p) - \text{pbinom}(32, n, p) = 0.98989$

Wir erkennen, dass die gesuchte Wahrscheinlichkeit von 99% beim 4. Versuch, abgesehen von Rundungs-ungenauigkeit sehr genau, unserer gesuchten Größe. Die Genauigkeit ist auch vom verfügbaren Tafelwerk abhängigs. Also: **rσ=15**

$r\cdot\sigma = 15$ auflösen, r $\rightarrow$ 2.4834981694969571372

Normalverteilung:

Die **Normalverteilung** ist eine Verteilung mit stetigen Größe. Wichtig: Jetzt benötigen wir nur **ein Tafelwerk**.

Hier sind nur der Erwartungswert und die Standardabweichung zu beachten.

$\mu - 1 \cdot \sigma = 41.96 \quad \mu + 1 \cdot \sigma = 54.04$

P(μ-1σ<=X<=μ+1σ)= $\mathrm{pnorm}(\mu + \sigma, \mu, \sigma) - \mathrm{pnorm}(\mu - \sigma, \mu, \sigma) = 0.683$

$\mu - 2 \cdot \sigma = 35.92 \quad \mu + 3 \cdot 2 = 54$

P(μ-2σ<=X<=μ+2σ)= $\mathrm{pnorm}(\mu + 2 \cdot \sigma, \mu, \sigma) - \mathrm{pnorm}(\mu - 2 \cdot \sigma, \mu, \sigma) = 0.954$

$\mu - 3 \cdot \sigma = 29.88 \quad \mu + 3 \cdot \sigma = 66.12$

P(μ-3σ<=X<=μ+3σ)= $\mathrm{pnorm}(\mu + 3 \cdot \sigma, \mu, \sigma) - \mathrm{pnorm}(\mu - 3 \cdot \sigma, \mu, \sigma) = 0.997$