Thema: Ableitungen von verketteten Funktionen - Kettenregel

Beispiel einer verketteten Funktion: $f(x) = (\sin(x))^2 = \sin^2(x)$

Wie kann hierzu die Ableitungsfunktion bestimmt werden?

Es sei: $\quad f(x) = g(h(x)) = g \circ h \qquad h_0 = h(x_0) \qquad h = h(x)$

$$\frac{d}{dx} f(x) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$$\frac{d}{dx} f(x) = \lim_{x \to x_0} \frac{g(h(x)) - g(h(x_0))}{x - x_0}$$

$$\frac{d}{dx} f(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{(g(h(x)) - g(h(x_0))) \cdot \boxed{(h(x) - h(x_0))}}{(x - x_0) \cdot \boxed{(h(x) - h(x_0))}}$$

$$\frac{d}{dx} f(x_0) = \lim_{x \to x_0} \left(\frac{g(h(x)) - g(h(x_0))}{h(x) - h(x_0)} \right) \cdot \lim_{x \to x_0} \left(\frac{h(x) - h(x_0)}{x - x_0} \right)$$

$$\frac{d}{dx} f(x_0) = \lim_{x \to x_0} \left(\frac{g(h) - g(h_0)}{h - h_0} \right) \cdot \lim_{x \to x_0} \left(\frac{h(x) - h(x_0)}{x - x_0} \right)$$

$$\frac{d}{dx} f(x_0) = \left(\frac{d}{dx} g(x_0) \right) \cdot \left(\frac{d}{dx} h(x_0) \right)$$

$$\boxed{f'(x_0) = g'(x_0) \cdot h'(x_0)}$$

äußere Ableitung

innere Ableitung