

Thema: Die Steigungsfunktion (Ableitungsfunktion)

Aufgabe: Um den allgemeinen Zusammenhang zwischen einer Potenzfunktion und deren Ableitungsfunktion klären zu können, bestimmen wir diese für:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Wir suchen also:

$$f'(x_0) = ???$$

$$f'(x_0) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{\left[a \left(x_0 + \frac{1}{n} \right)^2 + b \left(x_0 + \frac{1}{n} \right) + c \right] - \left(a \cdot x_0^2 + b \cdot x_0 + c \right)}{\left(x_0 + \frac{1}{n} \right) - x_0} \right]$$

$$f'(x_0) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{\left(2 \cdot a \cdot \frac{x_0}{n} + \frac{a}{n^2} + \frac{b}{n} \right)}{\left(\frac{1}{n} \right)} \right]$$

$$f'(x_0) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 \cdot a \cdot x_0 + \frac{a}{n} + b \right)$$

$$f'(x_0) = 2 \cdot a \cdot x_0 + b$$

Wir erkennen:

- der **Grad** der Ableitungsfunktion wird **um eine Stufe herabgesetzt** und der **alte Potenzwert** wird **als Faktor vorangestellt**.
- die Ableitung kann **für jeden Summenteil gesondert** gebildet werden.

Die allgemeinen Zusammenhänge werden in den **Ableitungsregeln** zusammengefasst:

	Funktion	Ableitungsfunktion	Beispiel:
Potenzregel	$f(x) = x^n$	$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$	$f(x) = x^3$; $f'(x) = 3x^{3-1}$ $f'(x) = 3x^2$
Faktorregel	$f(x) = a \cdot g(x)$	$f'(x) = a \cdot g'(x)$	$f(x) = 4x^3$; $f'(x) = 4 \cdot 3x^{3-1}$ $f'(x) = 4 \cdot 3x^2$ $f'(x) = 12x^2$
Summenregel	$f(x) = g(x) + h(x)$	$f'(x) = g'(x) + h'(x)$	$f(x) = 4x^3 + 2x^2$; $f'(x) = 4 \cdot 3x^{3-1} + 2 \cdot 2x^{2-1}$ $f'(x) = 4 \cdot 3x^2 + 4x$ $f'(x) = 12x^2 + 4x$
Konstantenregel	$f(x) = g(x) + C$	$f'(x) = g'(x) + 0$	$f(x) = x^3 + 4$; $f'(x) = 3x^{3-1} + 0$ $f'(x) = 3x^2$

Anmerkung: Es gilt:

$$f(x) = c = c \cdot x^0$$

$$f'(x) = 0 \cdot c \cdot x^{0-1} = 0$$