Aufgabenblatt

Aufgaben zum Thema "Potenzgesetze"

1. **Unterhaltsame Potenzgesetze**
   Im Unterricht wurden die folgenden 5 Potenzgesetze behandelt:

   - 1. Gesetz: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
   - 2. Gesetz: $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
   - 3. Gesetz: $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
   - 4. Gesetz: $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
   - 5. Gesetz: $\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$

   In der darauffolgenden Prüfung zu diesem Thema mussten die Schülerinnen und Schüler die Aufgabe lösen:
   'Formuliere alle 5 Potenzgesetze vollständig und korrekt in Worten.'
   Nicht immer gelang es den Schülerinnen und Schülern die richtigen Worte zu finden. Welches Gesetz wollte der Autor/die Autorin der folgenden Stilblüten wohl jeweils beschreiben? (Rechtschreibfehler und kurlige Formulierungen sind kein Zufall!)

   (a) Die Potenzen werden exponentiert, indem man den ersten Exponenten mit dem zweiten multipliziert.

   (b) Potenzen werden voneinander dividiert, indem man die beiden Exponenten subtrahiert.

   (c) Wenn eine Klammer vorherrscht werden die Exponenten miteinander multipliziert.

   (d) Wenn man eine Zahl hoch rechnet, so kann man die beiden Exponenten multiplizieren.

   (e) Wenn man zwei Variablen multipliziert, so kann man die Potenzen addieren.

   (f) Potenziert man die Basis x mit n und nachher noch mit m, so behält man die Basis x und multipliziert die Potenzen m & n miteinander.

   (g) Wird eine Zahl mit der Basis x und der Potenz m mit einer Zahl der selben Basis und dem Potenz n multipliziert, so behält man die Basis ich mit der Potenz $^{m+n}$.

   (h) Potenzen mit gleicher Basis und gleichem Exponent werden die Basis addiert und der Exponent bleibt der gleiche.

   (i) Bei Potenzen mit vers. Basen und gleichem Exponent wird die Basis addiert und der Exponent bleibt. $(a^b) \cdot (c^b) = a + c^b$

   (j) Die zwei Basen einer Multiplikation zwischen zwei Potenzen können unter dem Exponent addiert werden wenn die zwei Exponentialzahlen gleich sind.

   (k) Die Exponenten werden bei einer Multiplikation addiert indem man die Basis beibehält & die Exponenten miteinander addiert.

   (l) Bei einer Division die in einer Klammer steht wird die Hochzahl mit jedem Exponenten multipliziert.

   (m) Wenn die Basis bei der Multiplikation der beiden Summanden gleich sind, aber die Potenzen verschieden, so addiert man die Potenzen unter beihaltung der Basis.

2. **Vereinfachen von Ausdrücken mit Potenzen**
   Die folgenden Ausdrücke sind soweit als möglich zu vereinfachen:

   (a) $\left(z^{2k-5} : z^3\right) : z^k$

   (b) $90 \cdot 3^{n-2} - 3^n$

   (c) $\left(\left(\frac{x}{4}\right)^3\right)^5 : \left(\frac{x}{2}\right)^6$

3. **Vereinfachen von Ausdrücken mit Potenzen**
   Die folgenden Ausdrücke sind soweit als möglich zu vereinfachen:

   (a) $\dfrac{(3a-1)^{2k-1}}{(1-3a)^{2k+1}}$

   (b) $\left(\dfrac{6a^2b^{-2}}{c^{n+1}d^{2n}}\right)^3 : \left[\dfrac{2(cd)^n}{(ab)^{-1}} \cdot \dfrac{c^n d^{2n}}{3ab^{-2}}\right]^{-2}$

   (c) $\dfrac{x^{2a+5}}{(-y^3)^{2b+5} \cdot [(-z)^4]^{3b+3}} : \dfrac{x^{2a}}{(yz)^{6b+10} \cdot [(-z)^3]^{2b-1}}$

4. **Es geht auch einfacher**
   Gesucht ist die einfachste Form der folgenden Terme:

   (a) $\left(\dfrac{2a^{-1}b^2}{3ac^{-2}}\right)^{-3} = ?$

   (b) $\left(\dfrac{u}{v}\right)^n \cdot \left(\dfrac{v}{u}\right)^{3n+4} : \left(\dfrac{-v}{u}\right)^{2n+1} = ?$

   (c) $\dfrac{x^5+1}{x^{m+2}} - \dfrac{2x^2-2}{x^m} + \dfrac{2-x}{x^{m-2}} = ?$

   (d) $\left(\dfrac{z-3}{z+5}\right)^{2p+1} \cdot \left(\dfrac{5+z}{z-3}\right)^{p+1} : \left(\dfrac{z-3}{z+5}\right)^{4p} = ?$

   (e) $\left(1+\dfrac{2}{t}\right)^2 \cdot \left[\dfrac{1}{t} - \left(\dfrac{t}{2}-1\right)^{-1}\right]^{-2} = ?$

5. **Pascalsches Dreieck**
   Die folgenden Terme sind mit Hilfe des Pascalschen Dreiecks auszumultiplizieren.

   (a) $(a^2b - 2ab^2)^4$

   (b) $(2x^2 + 4x^4)^{-3}$

6. **Potenzterme vereinfachen**
   Die Lösung ist so anzugeben, dass sie keine negativen Exponenten enthält.

   (a) $\dfrac{4a^{-1}z^2}{(x^2y)^3} : \dfrac{(2a)^{-3}}{(xy^2z)^{-2}}$

   (b) $-3r^{-\frac{1}{6}} \cdot r^{\frac{5}{3}} : (2r^{\frac{3}{4}})^2$

7. **Wurzelterme vereinfachen**
   Die Lösung ist jeweils in Wurzelschreibweise anzugeben.

   (a) $\sqrt[3]{a^{-2}} - 3\sqrt[6]{a^{-4}}$

   (b) $\sqrt[4]{a^3 \cdot \sqrt[3]{a^2 \cdot \sqrt{a}}}$

   (c) Radiziere teilweise und vereinfache: $\sqrt[3]{80x^4} - 2x\sqrt[6]{100x^2}$

8. **Vereinfachen von Ausdrücken mit Potenzen**
   Die folgenden Ausdrücke sind *von Hand* soweit als möglich zu vereinfachen:

   (a) $\sqrt[3]{a^2} : (\sqrt{a})^3$

   (b) $\sqrt{t\sqrt{t\sqrt{t}}}$

   (c) $\left[8\left(2\sqrt[3]{4}\right)^{\frac{1}{2}} - 7\left(4\sqrt{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{\frac{6}{5}}$

9. **Quadratwurzeln**
   Die folgenden Ausdrücke sind soweit als möglich zu vereinfachen:
   (a) $\left(3rs\sqrt{s} + 2r?\sqrt{s^3}\right) : \sqrt{s}$
   (b) $\left(\sqrt{u+v} + \sqrt{u-v}\right) \cdot \left(\sqrt{u+v} - \sqrt{u-v}\right)$
   (c) $\sqrt{(x^2-1)\,(x-1)} : \sqrt{x+1}$

10. **Vereinfachen**
    Die folgenden Ausdrücke sind soweit als möglich zu vereinfachen:
    (a) $\dfrac{(x-1)^{2n+1}}{\left(\sqrt{1-x}\right)^{2n+2}}$
    (b) $\sqrt{m \cdot \sqrt[3]{m}} \cdot \sqrt[3]{m \cdot \sqrt{m}} \cdot \sqrt[6]{m} = ?$

Lösung zu: Aufgabenblatt

1. **Unterhaltsame Potenzgesetze**

   (a) 3. Gesetz
   (b) 2. Gesetz
   (c) 3. Gesetz
   (d) 3. Gesetz
   (e) 1. Gesetz
   (f) 3. Gesetz
   (g) 1. Gesetz
   (h) ziemlicher Quatsch!
   (i) wohl 4. Gesetz - mit viel Phantasie!
   (j) nochmals ein völlig falsch interpretiertes 4. Gesetz?
   (k) 1. Gesetz
   (l) 5. Gesetz
   (m) 1. Gesetz

2. **Vereinfachen von Ausdrücken mit Potenzen**

   (a) z^{k-8}
   (b) 3^{n+2}
   (c) $\frac{x^9}{2^{34}}$

3. **Vereinfachen von Ausdrücken mit Potenzen**
   Die folgenden Ausdrücke sind soweit als möglich zu vereinfachen:

   (a) $-\dfrac{1}{(3a-1)^2}$
   (b) $2^5 3a^6 c^{n-3}$
   (c) $\dfrac{x^5}{y^5 z^5}$

4. **Es geht auch einfacher**

   (a) $\dfrac{27a^6}{8b^6c^6}$
   (b) $-\left(\dfrac{v}{u}\right)^3$
   (c) $\dfrac{2x^2+1}{x^{m+2}}$
   (d) $\left(\dfrac{z+5}{z-3}\right)^{3p}$
   (e) $(t-2)^2$

5. **Pascalsches Dreieck**

   (a) $a^8b^4 - 8a^7b^5 + 24a^6b^6 - 32a^5b^7 + 16a^4b^8$

(b) $\dfrac{1}{64x^{12}+96x^{10}+48x^{8}+8x^{6}}$

6. **Potenzterme vereinfachen**

   (a) $\dfrac{32a^2}{x^8y^7}$

   (b) $-\frac{3}{4}$

7. **Wurzelterme vereinfachen**

   (a) $-2\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{a^2}}$

   (b) $\sqrt[24]{a^{23}}$

   (c) 0; Der Term lässt sich teilweise radizieren auf: $2x\sqrt[3]{10x}-2x\sqrt[3]{10x}$

8. **Vereinfachen von Ausdrücken mit Potenzen**

   (a) $a^{-5/6}$

   (b) $t^{7/8}$

   (c) 2

9. **Quadratwurzeln**

   (a) $5rs$

   (b) $2v$

   (c) $x-1$

10. **Vereinfachen**

    (a) $-(1-x)^n$

    (b) $\sqrt[3]{m^4}$