

Aufgaben ($\mathbb{G} = \mathbb{Q}$)

1. a) $\frac{3}{x} - 1 = \frac{5}{2x}$

b) $\frac{2}{3x} + 1 = \frac{1}{6x} - \frac{1}{2x}$

c) $\frac{2}{5x} + 1 = \frac{9}{10x} - \frac{1}{2x}$

2. a) $\frac{3}{2x} - \frac{2}{3} = \frac{5}{6x}$

b) $\frac{3}{4x} - \frac{2}{3} = \frac{1}{6x}$

c) $\frac{3}{8x} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2x} = \frac{7}{8x} - \frac{1}{4}$

3. a) $\frac{4}{x} = \frac{5}{x+1}$

b) $\frac{3}{2x} = \frac{2}{x-2}$

c) $\frac{5}{x+5} = \frac{6}{5}$

4. a) $\frac{3}{x-3} = \frac{5}{x-5}$

b) $\frac{4}{x-2} = \frac{3}{x-1}$

c) $\frac{5}{x+2} = \frac{2}{x+1}$

5. a) $\frac{10}{x-3} = \frac{4}{3-x}$

b) $\frac{4}{x-4} = \frac{-4}{4-x}$

c) $\frac{7}{x-5} = \frac{2}{5-x}$

6. a) $\frac{x+4}{x+1} = \frac{x+1}{x-2}$

b) $\frac{x-1}{x+3} = \frac{x+3}{x-9}$

c) $\frac{x+3}{x} = \frac{x+5}{x+2}$

7. a) $\frac{x}{x-3} - \frac{x-2}{x-4} = 0$

b) $\frac{x}{x-2} - \frac{x+4}{10+x} = 0$

c) $\frac{x+3}{x-6} - \frac{x-4}{x+8} = 0$

8. a) $\frac{x-5}{x-2} = 1 - \frac{x+1}{x-2}$

b) $3 - \frac{x+2}{x-1} = \frac{x-4}{x-1}$

c) $\frac{x+10}{x+2} = 5 - \frac{x-6}{x+2}$

9. a) $\frac{2x-7}{x-2} + \frac{3x-7}{x-3} = 5$

b) $\frac{3x-5}{x-1} - \frac{2x-5}{x-2} = 1$

c) $\frac{9x-7}{3x-2} - \frac{4x-5}{2x-3} = 1$

10. a) $\frac{2}{3x-4} - \frac{1}{20} = \frac{5}{6x-8}$

b) $\frac{9}{4x-6} = 2\frac{1}{10} - \frac{6}{2x-3}$

Anleitung: Zerlegen Sie die Nenner in Faktoren, bevor Sie den Hauptnenner bestimmen!

11. a) $\frac{2x+3}{3x-6} - \frac{x+1}{2x-4} = \frac{3x-5}{4x-8}$

b) $\frac{x+5}{6x+18} + \frac{3x+4}{3x+9} = \frac{2x+11}{9x+27}$

12. a) $\frac{1}{x+5} = \frac{11}{(x-4)(x+5)} - \frac{1}{x-4}$

b) $\frac{6}{(x-5)(x-6)} = \frac{3}{x-6} - \frac{2}{x-5}$

13. a) $\frac{x-3}{x-1} - \frac{2x-1}{x^2-1} = \frac{x+2}{x+1}$

b) $\frac{7x+8}{x^2-4} = \frac{3x-4}{x-2} - \frac{3x-6}{x+2}$

14. a) $\frac{2x+1}{x+5} - \frac{2x-3}{x-5} = \frac{5(1-3x)}{x^2-25}$

b) $\frac{1}{x(x-4)} + \frac{1}{x(x+4)} = \frac{2}{x^2-16}$

15. a) $\frac{1}{x(x-1)} - \frac{2}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{x(x+1)}$

b) $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{5}{(x+2)(x+1)} - \frac{1}{x(x+2)}$

16. a) $\frac{5}{x+1} = \frac{8}{x} - \frac{3}{x-1}$

b) $\frac{5}{x} - \frac{3}{x+2} = \frac{2}{x-2}$

17. a) $\frac{8}{(x-3)(x+4)} - \frac{5}{(x+3)(x+4)} = \frac{12}{(x+3)(x-3)}$

b) $\frac{1}{(x+1)(x+2)} - \frac{2}{(x-1)(x+1)} = \frac{3}{(x-1)(x+2)}$

$$\blacktriangleright 18. \quad \text{a) } \frac{5}{x+1} = \frac{9}{x+2} - \frac{4}{x+7}$$

$$\text{b) } \frac{2}{x-1} = \frac{20}{4x-7} - \frac{3}{x-2}$$

$$\blacktriangleright 19. \quad \text{a) } \frac{x+9}{x+2} + \frac{x+7}{x+1} = \frac{4(x+8)}{2x+3}$$

$$\text{b) } \frac{x-1}{x-7} + \frac{x-5}{x-8} = \frac{4(x-3)}{2x-15}$$

$$\blacktriangleright 20. \quad \text{a) } \frac{1}{x-5} + \frac{1}{x-7} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{x-8}$$

$$\text{b) } \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-7} = \frac{4}{x-4} - \frac{4}{x-5}$$

$$\blacktriangleright 21. \quad \text{a) } \frac{1}{x-2} - \frac{2}{x^2-2x} = \frac{1}{x}$$

$$\text{b) } \frac{1}{x^2+3x} - \frac{2}{x^2-9} = \frac{1}{x^2-3x}$$

$$\blacktriangleright 22. \quad \text{a) } \frac{1}{x} - \frac{x}{x^2-6x+9} + \frac{5}{x^2-3x} = 0$$

$$\text{b) } \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2+6x+9} = \frac{x+1}{x^2+3x}$$

$$\blacktriangleright 23. \quad \text{a) } \frac{2x}{x^2-5x+6} - \frac{x+2}{x^2-3x} = \frac{x+3}{x^2-2x}$$

$$\text{b) } \frac{4}{x^2-8x+16} = \frac{1}{x-4} - \frac{1}{x}$$

Treten in Bruchgleichungen Doppelbrüche auf, so beseitigt man diese je nach Schwierigkeitsgrad schrittweise oder gleichzeitig durch Erweitern mit dem Hauptnenner der jeweiligen Teilbrüche (vgl. S. 104).

Bei der Bestimmung des Definitionsbereichs dieser Gleichungen ist darauf zu achten, daß weder Teilnenner noch Hauptnenner null werden können.

$$\blacktriangleright 24. \quad \text{a) } 6 + \frac{\frac{x-3}{2}}{\frac{x}{3} + \frac{1}{4}} = 3$$

$$\text{b) } \frac{\frac{x}{3}}{\frac{1}{x} - \frac{2}{3}} = 1 - \frac{x}{2}$$

$$\blacktriangleright 25. \quad \text{a) } \frac{\frac{x^2+1}{2}}{\frac{1-x}{4} + x} = \frac{2x+1}{3}$$

$$\text{b) } \frac{\frac{3}{x} + x}{\frac{2}{x} + 1} = x + \frac{1}{2}$$

$$\blacktriangleright 26. \quad \text{a) } \frac{\frac{3x}{4} - \frac{1}{6}}{\frac{x}{2} - \frac{2}{3}} = \frac{\frac{x}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{x}{3} - \frac{1}{2}}$$

$$\text{b) } \frac{\frac{x}{3} - \frac{4}{5}}{\frac{x}{3} + \frac{1}{15}} = \frac{\frac{x}{5} - \frac{1}{3}}{\frac{x}{5} + \frac{1}{3}}$$