

9.3. Gleichungen und Ungleichungen mit Brüchen, deren Nenner Variablen enthalten § 134 ff

1. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{0\}; IL = \left\{\frac{1}{2}\right\}$ b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{0\}; IL = \{-1\}$
c) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{0\}; x = 0; 0 \notin ID; IL = \emptyset$
2. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{0\}; IL = \{1\}$ b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{0\}; IL = \left\{\frac{7}{8}\right\}$
c) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{0\}; 2x = 2x; IL = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$
3. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-1, 0\}; IL = \{4\}$ b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{0, 2\}; IL = \{-6\}$
c) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-5\}; IL = \left\{-\frac{5}{6}\right\}$
4. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{3, 5\}; IL = \{0\}$ b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{1, 2\}; IL = \{-2\}$
c) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-2, -1\}; IL = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$
5. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{3\}; x = 3; 3 \notin ID; IL = \emptyset$
b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{4\}; 4x = 4x; IL = \mathbb{Q} \setminus \{4\}$
c) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{5\}; x = 5; 5 \notin ID; IL = \emptyset$
6. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-1, 2\}; 2x - 8 = 2x + 1; IL = \emptyset$
b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-3, 9\}; IL = \{0\}$
c) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-2, 0\}; 5x + 6 = 5x; IL = \emptyset$

7. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{3, 4\}$; $IL = \{6\}$ b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-10, 2\}$; $IL = \{-1\}$
 c) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-8, 6\}$; $IL = \{0\}$
8. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$; $x = 2$; $2 \notin ID$; $IL = \emptyset$
 b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{1\}$; $x = 1$; $1 \notin ID$; $IL = \emptyset$
 c) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-2\}$; $x = -2$; $-2 \notin ID$; $IL = \emptyset$
9. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{2, 3\}$; $IL = \{5\}$ b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{1, 2\}$; $IL = \{3\}$
 c) $ID = \mathbb{Q} \setminus \left\{\frac{2}{3}, \frac{3}{2}\right\}$; $IL = \{1\}$
10. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \left\{\frac{4}{3}\right\}$; $HN 20(3x - 4)$; $IL = \{-2\}$
 b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$; $HN 10(2x - 3)$; $IL = \{4\}$
11. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$; $HN 12(x - 2)$; $IL = \{3\}$
 b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-3\}$; $HN 18(x + 3)$; $IL = \{-1\}$
12. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-5, 4\}$; $IL = \{5\}$ b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{5, 6\}$; $IL = \{9\}$
13. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-1, 1\}$; $HN (x + 1)(x - 1)$; $IL = \{0\}$
 b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-2, 2\}$; $HN (x + 2)(x - 2)$; $IL = \{4\}$
14. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-5, 5\}$; $HN (x + 5)(x - 5)$; $x = 5$; $5 \notin ID$; $IL = \emptyset$
 b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-4, 0, 4\}$; $HN x(x + 4)(x - 4)$; $2x = 2x$; $IL = ID$
15. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-1, 0, 1\}$; $HN x(x + 1)(x - 1)$; $x = 1$; $1 \notin ID$; $IL = \emptyset$
 b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-2, -1, 0\}$; $HN x(x + 2)(x + 1)$; $IL = \{1\}$
16. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-1, 0, 1\}$; $IL = \{4\}$ b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-2, 0, 2\}$; $IL = \{10\}$
17. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-4, -3, 3\}$; $IL = \{-1\}$
 b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-2, -1, 1\}$; $x = -2$; $-2 \notin ID$; $IL = \emptyset$
18. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-7, -2, -1\}$; $IL = \{1\}$ b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \left\{1, \frac{7}{4}, 2\right\}$; $IL = \{3\}$
19. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \left\{-2, -\frac{3}{2}, -1\right\}$; $IL = \{5\}$ b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \left\{7, \frac{15}{2}, 8\right\}$; $IL = \{9\}$
20. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{4, 5, 7, 8\}$; $IL = \{6\}$ b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{3, 4, 5, 7\}$; $IL = \{1\}$
21. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{0, 2\}$; $HN x(x - 2)$; $x - 2 = x - 2$; $IL = ID$
 b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-3, 0, 3\}$; $HN x(x + 3)(x - 3)$; $x = -3$; $-3 \notin ID$; $IL = \emptyset$
22. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{0, 3\}$; $HN x(x - 3)(x - 3)$; $IL = \{-6\}$
 b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{0, -3\}$; $HN x(x + 3)(x + 3)$; $x^2 + 4x + 9 = x^2 + 4x + 3$; $IL = \emptyset$

23. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{0, 2, 3\}$; $HN x(x-3)(x-2)$; $x^2 + 4 = x^2 - 9$; $IL = \emptyset$
 b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{0, 4\}$; $HN x(x-4)(x-4)$; $4x = 4x - 16$; $IL = \emptyset$

24. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-\frac{3}{4}\}$; $IL = \{\frac{1}{2}\}$ b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{0, \frac{3}{2}\}$; $IL = \{\frac{6}{7}\}$

25. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-\frac{1}{3}\}$; $IL = \{1\}$ b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{0, -2\}$; $IL = \{\frac{4}{5}\}$

26. a) $IL = \{2\}$; $ID = \mathbb{Q} \setminus \{\frac{4}{3}, \frac{3}{2}\}$ b) $IL = \{5\}$; $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-\frac{1}{5}, -\frac{5}{3}\}$

27. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-3\}$ $x > -3$; $x > 2$; $IL_1 \cap IL_2 = \{x|x > 2\}$
 $x < -3$; $x < 2$; $IL_3 \cap IL_4 = \{x|x < -3\}$
 $IL = \{x|x < -3 \vee x > 2\}$

b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$ $x > 2$; $x < 5$; $IL_1 \cap IL_2 = \{x|2 < x < 5\}$
 $x < 2$; $x > 5$; $IL_3 \cap IL_4 = \emptyset$
 $IL = \{x|2 < x < 5\}$

c) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{5\}$ $x > 5$; $x \leq 4$; $IL_1 \cap IL_2 = \emptyset$
 $x < 5$; $x \geq 4$; $IL_3 \cap IL_4 = \{x|4 \leq x < 5\}$
 $IL = \{x|4 \leq x < 5\}$

28. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{4\}$ $x > 4$; $x > -1$; $IL_1 \cap IL_2 = \{x|x > 4\}$
 $x < 4$; $x < -1$; $IL_3 \cap IL_4 = \{x|x < -1\}$
 $IL = \{x|x < -1 \vee x > 4\}$

b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{3\}$ $x > 3$; $x \leq 2$; $IL_1 \cap IL_2 = \emptyset$
 $x < 3$; $x \geq 2$; $IL_3 \cap IL_4 = \{x|2 \leq x < 3\}$
 $IL = \{x|2 \leq x < 3\}$

c) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$ $x > -1$; $x > -5$; $IL_1 \cap IL_2 = \{x|x > -1\}$
 $x < -1$; $x < -5$; $IL_3 \cap IL_4 = \{x|x < -5\}$
 $IL = \{x|x < -5 \vee x > -1\}$

29. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$ $x > -1$; $x \leq 2$; $IL_1 \cap IL_2 = \{x|-1 < x \leq 2\}$
 $x < -1$; $x \geq 2$; $IL_3 \cap IL_4 = \emptyset$
 $IL = \{x|-1 < x \leq 2\}$

b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{1\}$ $x > 1$; $x > 3$; $IL_1 \cap IL_2 = \{x|x > 3\}$
 $x < 1$; $x < 3$; $IL_3 \cap IL_4 = \{x|x < 1\}$
 $IL = \{x|x < 1 \vee x > 3\}$

c) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-4\}$ $x > -4$; $x < 0$; $IL_1 \cap IL_2 = \{x|-4 < x < 0\}$
 $x < -4$; $x > 0$; $IL_3 \cap IL_4 = \emptyset$
 $IL = \{x|-4 < x < 0\}$

30. a) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{-3\}$ $x > -3$; $x < -7$; $IL_1 \cap IL_2 = \emptyset$
 $x < -3$; $x > -7$; $IL_3 \cap IL_4 = \{x|-7 < x < -3\}$
 $IL = \{x|-7 < x < -3\}$

b) $ID = \mathbb{Q} \setminus \{5\}$ $x > 5$; $x > 7$; $IL_1 \cap IL_2 = \{x|x > 7\}$
 $x < 5$; $x < 7$; $IL_3 \cap IL_4 = \{x|x < 5\}$
 $IL = \{x|x < 5 \vee x > 7\}$